1a $f(x)=6x^4+6\cdot\sqrt{x}-\frac{6}{x^4}=6x^4+6\cdot x^{\frac{1}{2}}-6x^{-4}\Rightarrow f'(x)=24x^3+3\cdot x^{-\frac{1}{2}}+24x^{-5}=24x^3+\frac{3}{\sqrt{x}}+\frac{24}{x^5}.$

1b $g(x)=5\cdot\sqrt{x^2-8}\Rightarrow g'(x)=5\cdot\frac{1}{2\cdot\sqrt{\boxed{x^2-8}}}\cdot 2x=\frac{5x}{\sqrt{x^2-8}}.$

Onthoud: $y=\sqrt{x}\Rightarrow y'(x)=\frac{dy}{dx}=\frac{1}{2\cdot\sqrt{x}}$

1c $h(x)=\frac{3x^2-2x+1}{x}=3x-2+\frac{1}{x}=3x-2+x^{-1}\Rightarrow h'(x)=3-1x^{-2}=3-\frac{1}{x^2}.$

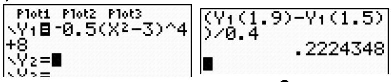
1d $k(x)=3(2x-1)^7+8x\Rightarrow k'(x)=21(\boxed{2x-1})^6\cdot 2+8=42(2x-1)^6+8.$

2a $A=\frac{3}{t}+3\cdot\sqrt{t}-3t=3t^{-1}+3\cdot\sqrt{t}-3t\Rightarrow\frac{dA}{dt}=A'(t)=-3t^{-2}+3\cdot\frac{1}{2\cdot\sqrt{t}}-3=-\frac{3}{t^2}+\frac{3}{2\cdot\sqrt{t}}-3.$

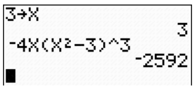
2b $P=5q^2+\sqrt{6q+15}\Rightarrow P'(q)=10q+\frac{1}{2\cdot\sqrt{\boxed{6q+15}}}\cdot 6=10q+\frac{3}{\sqrt{6q+15}}.$

2c $R=\frac{6p^2+2p+3}{2p}=3p+1+\frac{3}{2p}=3p+1+\frac{3}{2}p^{-1}\Rightarrow\frac{dR}{dp}=R'(p)=3-1\cdot\frac{3}{2}p^{-2}=3-\frac{3}{2p^2}.$

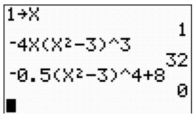
3a De gemiddelde snelheid op het interval [1,9;1,5] is $\frac{\Delta y}{\Delta x}=\frac{f(1{,}9)-f(1{,}5)}{1{,}9-1{,}5}\approx 0{,}22.$



3b $f'(x)=-2(\boxed{x^2-3})^3\cdot 2x=-4x(x^2-3)^3.$
Dus $f'(3)=-4\cdot 3(3^2-3)^3=-2592.$
De snelheid waarmee $f(x)$ afneemt voor $x=3$ is 2592.



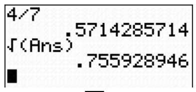
3c k: $y=ax+b$ met $a=f'(1)=-4\cdot(-2)^3=32.$
$\left.\begin{array}{l}k\text{: } y=32x+b\\ y_A=f(1)=0\Rightarrow A(1,0)\end{array}\right\}\Rightarrow 0=32\cdot 1+b\Rightarrow -32=b.$
Dus k: $y=32x-32.$



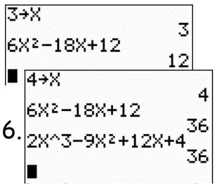
4a $g(x)=2x-\frac{4}{x}+1=2x-4x^{-1}+1\Rightarrow g'(x)=2+4x^{-2}=2+\frac{4}{x^2}.$
$g'(3)=2+\frac{4}{3^2}=2\frac{4}{9}>0$, dus $g(x)$ neemt toe voor $x=3$.

4b l: $y=ax+b$ met $a=g'(2)=2+\frac{4}{2^2}=2+1=3.$
$\left.\begin{array}{l}l\text{: } y=3x+b\\ y_P=g(2)=2\cdot 2-\frac{4}{2}+1=3\Rightarrow P(2,3)\end{array}\right\}\Rightarrow 3=3\cdot 2+b\Rightarrow -3=b.$
Dus l: $y=3x-3.$

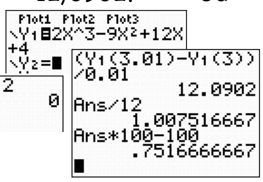
4c $g'(x)=9$
$2+\frac{4}{x^2}=9$
$\frac{4}{x^2}=7$
$7x^2=4$
$x^2=\frac{4}{7}$
$x=\sqrt{\frac{4}{7}}\ \vee\ x=-\sqrt{\frac{4}{7}}.$



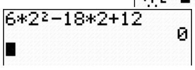
5a $y=2x^3-9x^2+12x+4\Rightarrow\frac{dy}{dx}=6x^2-18x+12$ en de snelheid is $\left[\frac{dy}{dx}\right]_{x=3}=6\cdot 3^2-18\cdot 3+12=12.$



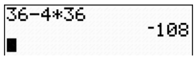
5b De gemiddelde snelheid is $\frac{\Delta y}{\Delta x}=\frac{y(3{,}01)-y(3)}{3{,}01-3}=12{,}0902.$
Dit wijkt $\frac{12{,}0902-12}{12}\times 100\%\approx 0{,}8\%$ af.



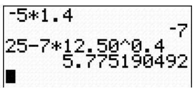
5c $\left[\frac{dy}{dx}\right]_{x=2}=6\cdot 2^2-18\cdot 2+12=0.$
Het extreem (maak een plot) is een minimum.

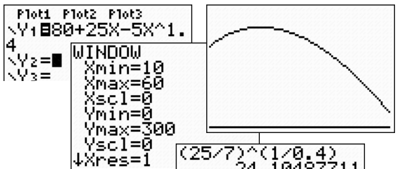


5d k: $y=ax+b$, $a=\left[\frac{dy}{dx}\right]_{x=4}=36.$
$\left.\begin{array}{l}k\text{: } y=36x+b\\ y_P=36\Rightarrow P(4,36)\end{array}\right\}\Rightarrow 36=36\cdot 4+b\Rightarrow -108=b.$
Dus k: $y=36x-108.$

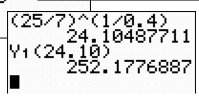


6a $q=80+25p-5p^{1{,}4}\Rightarrow\frac{dq}{dp}=q'(p)=25-7p^{0{,}4}.$
Snelheid is $\left[\frac{dq}{dp}\right]_{p=12{,}50}=25-7\cdot 12{,}5^{0{,}4}\approx 5{,}78$ (€/stuk).

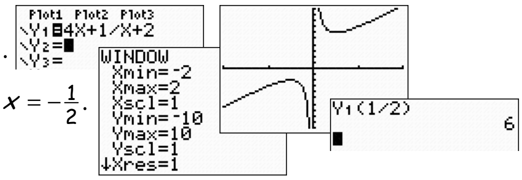




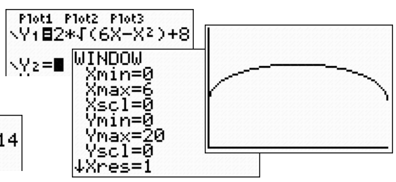
6b $\frac{dq}{dp}=25-7p^{0{,}4}=0$ (intersect of) $\Rightarrow 25=7p^{0{,}4}\Rightarrow p^{0{,}4}=\frac{25}{7}\Rightarrow p=\left(\frac{25}{7}\right)^{\frac{1}{0{,}4}}\approx 24{,}10$ (€/stuk).
De maximale weekverkoop (zie een plot) is 252 stuks.

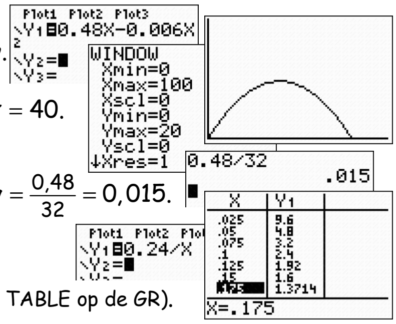


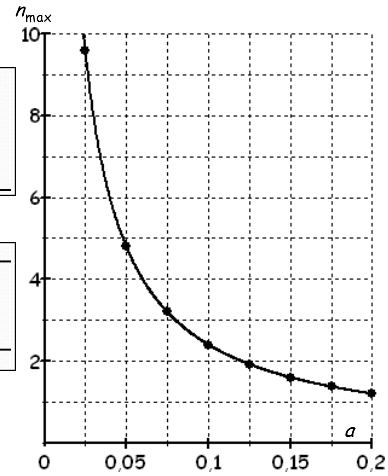
7a $y=4x+\frac{1}{x}+2=4x+x^{-1}+2\Rightarrow\frac{dy}{dx}=y'(x)=4-x^{-2}=4-\frac{1}{x^2}.$
$\frac{dy}{dx}=0\Rightarrow 4-\frac{1}{x^2}=0\Rightarrow 4=\frac{1}{x^2}\Rightarrow 4x^2=1\Rightarrow x^2=\frac{1}{4}\Rightarrow x=\frac{1}{2}\ \vee\ x=-\frac{1}{2}.$
y_{min} (zie een plot) $=y(\frac{1}{2})=6.$



7b $y=2\cdot\sqrt{6x-x^2}+8\Rightarrow\frac{dy}{dx}=y'(x)=2\cdot\frac{1}{2\cdot\sqrt{\boxed{6x-x^2}}}\cdot(6-2x)=\frac{6-2x}{\sqrt{6x-x^2}}.$
$\frac{dy}{dx}=0\Rightarrow\frac{6-2x}{\sqrt{6x-x^2}}=0$ (teller = 0) $\Rightarrow 6-2x=0\Rightarrow 6=2x\Rightarrow x=3.$
y_{max} ($x=3$ is de enige kandidaat of zie een plot) $=y(3)=14.$





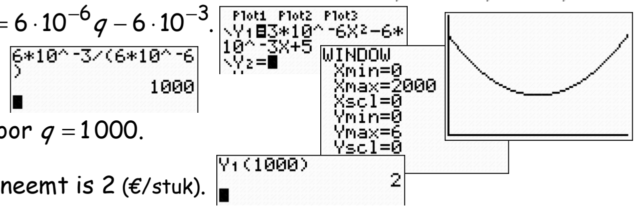


8a $E(n) = 0{,}48n - 0{,}006n^2 \Rightarrow E'(n) = 0{,}48 - 0{,}012n.$
$E'(40) = 0{,}48 - 0{,}012 \cdot 40 = 0.$
$E(n)$ is maximaal (één kandidaat/zie een plot) voor $x = 40$.

8b $E(n) = 0{,}48n - an^2 \Rightarrow E'(n) = 0{,}48 - 2an.$
$E'(16) = 0 \Rightarrow 0{,}48 - 2a \cdot 16 = 0 \Rightarrow 0{,}48 = 32a \Rightarrow a = \frac{0{,}48}{32} = 0{,}015.$

8c $E'(n) = 0 \Rightarrow 0{,}48 = 2an \Rightarrow n = n_{max} = \frac{0{,}48}{2a} = \frac{0{,}24}{a}.$
Zie de grafiek van $n_{max} = \frac{0{,}24}{a}$ hiernaast (gebruik TABLE op de GR).

9 $K = 10^{-6}q^3 - 3 \cdot 10^{-3}q^2 + 5q + 1000 \Rightarrow \frac{dK}{dq} = K'(q) = 3 \cdot 10^{-6}q^2 - 6 \cdot 10^{-3}q + 5.$
$\frac{dK}{dq} = K'(q) = 3 \cdot 10^{-6}q^2 - 6 \cdot 10^{-3}q + 5 \Rightarrow \frac{d}{dq}\left(\frac{dK}{dq}\right) = K''(q) = 6 \cdot 10^{-6}q - 6 \cdot 10^{-3}.$
$\frac{d}{dq}\left(\frac{dK}{dq}\right) = 0 \Rightarrow 6 \cdot 10^{-6}q - 6 \cdot 10^{-3} = 0 \Rightarrow q = \frac{6 \cdot 10^{-3}}{6 \cdot 10^{-6}} = 1000.$
$\frac{dK}{dq}$ is minimaal (er is maar één kandidaat/zie een plot van $\frac{dK}{dq}$) voor $q = 1000$.
$\left[\frac{dK}{dq}\right]_{q=1000} = 2$, dus de minimale snelheid waarmee K toeneemt is 2 (€/stuk).



10a $N = -t^3 + 6t^2 + 15t \Rightarrow \frac{dN}{dt} = N'(t) = -3t^2 + 12t + 15 \Rightarrow \frac{d}{dt}\left(\frac{dN}{dt}\right) = N''(t) = -6t + 12.$
$\frac{d}{dt}\left(\frac{dN}{dt}\right) = 0 \Rightarrow -6t + 12 = 0 \Rightarrow -6t = -12 \Rightarrow t = \frac{-12}{-6} = 2.$
$\frac{dN}{dt}$ is maximaal (er is maar één kandidaat of zie een plot van $\frac{dN}{dt}$) voor $t = 2$. Dus na 2 uur is de snelheid maximaal.

10b $\left[\frac{dN}{dt}\right]_{t=0} = -3 \cdot 0^2 + 12 \cdot 0 + 15 = 15.$
$\frac{dN}{dt} = 15 \Rightarrow -3t^2 + 12t + 15 = 15 \Rightarrow -3t^2 + 12t = 0 \Rightarrow -3t(t-4) = 0 \Rightarrow t = 0$ (zoeken we niet) $\vee$ $t = 4$. Dus na 4 uur.

11 Grafiek C hoort bij de grafiek van de marginale kosten. Er geldt $MK = \frac{dK}{dq}$ (de helling van de grafiek van K).
De grafiek van K gaat van afnemend stijgend over in toenemend stijgend.
De helling van de grafiek van de grafiek van K is overal positief, maar neemt eerst af en daarna weer toe $\Rightarrow$ C.

12a De grafiek van $\frac{dy}{dx}$ ligt onder de x-as ($\Rightarrow$ de helling van y is negatief) $\Rightarrow$ de grafiek van y is dalend.

12b De grafiek van y gaat van toenemend stijgend over naar afnemend stijgend.

12c De grafiek van y gaat van afnemend dalend over naar toenemend dalend.

12d De grafiek van y gaat van afnemend stijgend over naar toenemend stijgend.

12e De grafiek van y is afnemend stijgend. 12f De grafiek van y (gaat over van dalen naar stijgen) heeft een minimum.

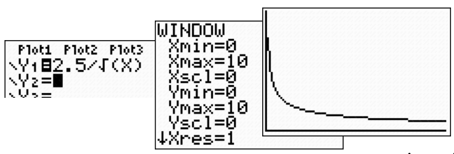
13a De grafiek van $\frac{dy}{dx}$ ligt onder de x-as (de grafiek van y is dalend) en is stijgend (de daling neemt af).

13b De grafiek van $\frac{dy}{dx}$ gaat van onder de x-as (de grafiek van y daalt) naar boven de x-as (de grafiek van y stijgt).

13c De grafiek van $\frac{dy}{dx}$ ligt boven de x-as (de grafiek van y is stijgend) en is dalend (de stijging neemt af).

13d De grafiek van $\frac{dy}{dx}$ heeft een laagste punt (als helling van y minimaal is) en ligt geheel boven de x-as (y is stijgt steeds).

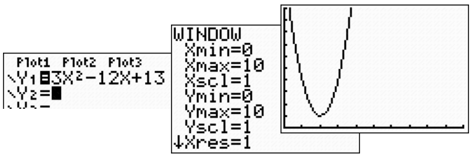
14 $y = 5 \cdot \sqrt{x} - 3 \Rightarrow \frac{dy}{dx} = y'(x) = 5 \cdot \frac{1}{2 \cdot \sqrt{x}} = \frac{2{,}5}{\sqrt{x}}.$



Uit een plot van $\frac{dy}{dx}$ (zie hiernaast) volgt:

- de grafiek van $\frac{dy}{dx}$ ligt geheel boven de x-as (de helling van y steeds is positief), dus de grafiek van y is stijgend
- de grafiek van $\frac{dy}{dx}$ is bovendien dalend (helling wordt minder positief), dus de grafiek van y is afnemend stijgend.

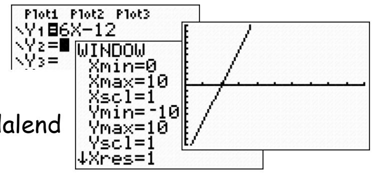
15a $K = q^3 - 6q^2 + 13q + 15 \Rightarrow \frac{dK}{dq} = K'(q) = 3q^2 - 12q + 13.$



Uit een plot van $\frac{dK}{dq}$ (zie hiernaast) volgt:

- de grafiek van $\frac{dK}{dq}$ ligt geheel boven de q-as (de helling van K is steeds positief), dus de grafiek van K is stijgend
- de grafiek van $\frac{dK}{dq}$ is bovendien eerst dalend en daarna stijgend,
  dus de grafiek van K gaat van afnemend stijgend over in toenemend stijgend.

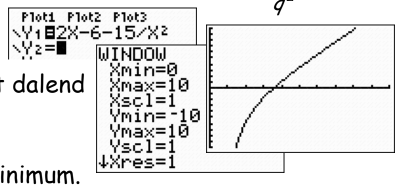
15b $MK = \frac{dK}{dq} = 3q^2 - 12q + 13 \Rightarrow \frac{dMK}{dq} = MK'(q) = 6q - 12$ (met als grafiek een stijgende lijn).



Uit een plot van $\frac{dMK}{dq}$ (zie hiernaast) volgt:

- de grafiek van $\frac{dMK}{dq}$ ligt eerst onder de q-as, dus de grafiek van MK begint dalend
- de grafiek van $\frac{dMK}{dq}$ snijdt dan (voor $q = 6$) de q-as en komt dan boven de q-as,
  dus de grafiek van MK gaat van dalend over in stijgend en heeft dus een minimum (voor $q = 6$).

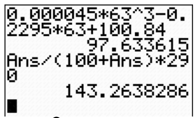
15c $GK = \frac{q^3 - 6q^2 + 13q + 15}{q} = q^2 - 6q + 13 + \frac{15}{q} = q^2 - 6q + 13 + 15q^{-1} \Rightarrow \frac{dGK}{dq} = GK'(q) = 2q - 6 - 15q^{-2} = 2q - 6 - \frac{15}{q^2}.$



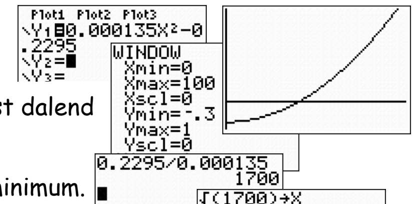
Uit een plot van $\frac{dGK}{dq}$ (zie hiernaast) volgt:

- de grafiek van $\frac{dGK}{dq}$ ligt eerst onder de q-as, dus de grafiek van GK begint dalend
- de grafiek van $\frac{dGK}{dq}$ snijdt dan de q-as en komt dan boven de q-as,
  dus de grafiek van GK gaat van dalend over in stijgend en heeft dus een minimum.

16a In 2004 is $t = 63 \Rightarrow N \approx 97,63...$ (mannen op elke 100 vrouwen).
Er waren toen $\frac{97,63...}{97,63... + 100} \cdot 290 \approx 143,2$ miljoen mannen.



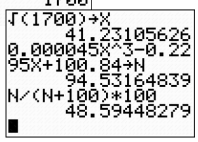
16b $N = 0,000045t^3 - 0,2295t + 100,84 \Rightarrow \frac{dN}{dt} = N'(t) = 0,000135t^2 - 0,2295.$



Uit een plot van $\frac{dN}{dt}$ (zie hiernaast) volgt:

- de grafiek van $\frac{dN}{dt}$ ligt eerst onder de t-as, dus de grafiek van N is eerst dalend
- de grafiek van $\frac{dN}{dt}$ snijdt dan de t-as en komt dan boven de t-as,
  dus de grafiek van N gaat van dalend over in stijgend en heeft dus een minimum.

16c $\frac{dN}{dt} = 0 \Rightarrow 0,000135t^2 - 0,2295 = 0 \Rightarrow 0,000135t^2 = 0,2295 \Rightarrow t^2 = 1700 \Rightarrow t = \sqrt{1700} \approx 41,2...$
$t = \sqrt{1700}$ geeft $N_{min} \approx 94,5...$ Het percentage mannen in 1981 is $\frac{94,5...}{94,5... + 100} \times 100\% \approx 48,6\%.$



17a $p(x) = x^2(2x+1) = 2x^3 + x^2 \Rightarrow p'(x) = 6x^2 + 2x.$

17b $\left.\begin{array}{l} f(x) = x^2 \Rightarrow f'(x) = 2x \\ g(x) = 2x + 1 \Rightarrow g'(x) = 2 \end{array}\right\} \Rightarrow f'(x) \cdot g'(x) = 2x \cdot 2 = 4x.$

17c $p(x) = f(x) \cdot g(x)$ maar $p'(x) = 6x^2 + 2x \neq f'(x) \cdot g'(x) = 4x.$

18a $f(x) = x(2x+1)^3 \Rightarrow f'(x) = 1 \cdot (2x+1)^3 + x \cdot 3(\boxed{2x+1})^2 \cdot 2 = (2x+1)^3 + 6x(2x+1)^2.$

18b $g(x) = x \cdot \sqrt{1-3x} \Rightarrow g'(x) = 1 \cdot \sqrt{1-3x} + x \cdot \frac{1}{2 \cdot \sqrt{\boxed{1-3x}}} \cdot -3 = \sqrt{1-3x} - \frac{3x}{2 \cdot \sqrt{1-3x}}.$

18c $h(x) = 5x + x^2(x^2+1)^{1,8} \Rightarrow h'(x) = 5 + 2x \cdot (x^2+1)^{1,8} + x^2 \cdot 1,8(\boxed{x^2+1})^{0,8} \cdot 2x = 5 + 2x(x^2+1)^{1,8} + 3,6x^3(x^2+1)^{0,8}.$

18d $k(x) = 6(2x-1) \cdot \sqrt{2x-1} \Rightarrow k'(x) = 6 \cdot 2 \cdot \sqrt{2x-1} + 6(2x-1) \cdot \frac{1}{2 \cdot \sqrt{\boxed{2x-1}}} \cdot 2 = 12 \cdot \sqrt{2x-1} + \frac{6(2x-1)}{\sqrt{2x-1}}.$

19a $y = (x+3)(2x-5)^2 \Rightarrow \frac{dy}{dx} = 1 \cdot (2x-5)^2 + (x+3) \cdot 2(\boxed{2x-5}) \cdot 2 = (2x-5)^2 + 4(x+3)(2x-5).$

19b $y = (x^2-1) \cdot \sqrt{x^2+4} \Rightarrow \frac{dy}{dx} = 2x \cdot \sqrt{x^2+4} + (x^2-1) \cdot \frac{1}{2 \cdot \sqrt{\boxed{x^2+4}}} \cdot 2x = 2x \cdot \sqrt{x^2+4} + \frac{x(x^2-1)}{\sqrt{x^2+4}}.$

19c $K = 7q \cdot \sqrt{100-q} \Rightarrow \frac{dK}{dx} = 7 \cdot \sqrt{100-q} + 7q \cdot \frac{1}{2 \cdot \sqrt{\boxed{100-q}}} \cdot -1 = 7 \cdot \sqrt{100-q} - \frac{7q}{2 \cdot \sqrt{100-q}}.$

19d $A = 5t^3 - t \cdot \sqrt{2-3t} \Rightarrow \frac{dA}{dx} = 15t^2 - 1 \cdot \sqrt{2-3t} - t \cdot \frac{1}{2 \cdot \sqrt{\boxed{2-3t}}} \cdot -3 = 15t^2 - \sqrt{2-3t} + \frac{3t}{2 \cdot \sqrt{2-3t}}.$

20a $[5x^3]' = [5 \cdot x^3]' = [5]' \cdot x^3 + 5 \cdot [x^3]' = 0 \cdot x^3 + 5 \cdot [x^3]' = 5 \cdot [x^3]'.$

20b $[a \cdot f]' = [a]' \cdot f + a \cdot [f]' = 0 \cdot f + a \cdot [f]' = a \cdot f'.$

21a $8(x+1)^2 + 3(x+1) = (x+1)\big(8(x+1)+3\big) = (x+1)(8x+8+3) = (x+1)(8x+11).$

21b $6(2x-1)^5 - 2(2x-1)^4 = (2x-1)^4\big(6(2x-1)-2\big) = (2x-1)^4(12x-6-2) = (2x-1)^4(12x-8).$

21c $(x+3) \cdot \sqrt{5-x} - 2 \cdot \sqrt{5-x} = \sqrt{5-x} \cdot \big((x+3)-2\big) = \sqrt{5-x} \cdot (x+3-2) = \sqrt{5-x} \cdot (x+1).$

21d $(2x-3)(x-7)^5 - (x-7)^3 = (x-7)^3\Big((2x-3)(x-7)^2 - 1\Big) = (x-7)^3\Big((2x-3)(x^2-14x+49) - 1\Big)$
$= (x-7)^3(2x^3 - 28x^2 + 98x - 3x^2 + 42x - 147 - 1) = (x-7)^3(2x^3 - 31x^2 + 140x - 148).$

22a $\sqrt{x} + \frac{3}{\sqrt{x}} = \frac{(\sqrt{x})^2}{\sqrt{x}} + \frac{3}{\sqrt{x}} = \frac{x}{\sqrt{x}} + \frac{3}{\sqrt{x}} = \frac{x+3}{\sqrt{x}}.$

22b $\sqrt{1-x} + \frac{3}{\sqrt{1-x}} = \frac{(\sqrt{1-x})^2}{\sqrt{1-x}} + \frac{3}{\sqrt{1-x}} = \frac{1-x}{\sqrt{1-x}} + \frac{3}{\sqrt{1-x}} = \frac{4-x}{\sqrt{1-x}}.$

22c $\sqrt{x^2+3} + \frac{5x}{\sqrt{x^2+3}} = \frac{(\sqrt{x^2+3})^2}{\sqrt{x^2+3}} + \frac{5x}{\sqrt{x^2+3}} = \frac{x^2+3}{\sqrt{x^2+3}} + \frac{5x}{\sqrt{x^2+3}} = \frac{x^2+5x+3}{\sqrt{x^2+3}}.$

22d $2 \cdot \sqrt{2x-1} - \frac{4}{\sqrt{2x-1}} = \frac{2(\sqrt{2x-1})^2}{\sqrt{2x-1}} - \frac{4}{\sqrt{2x-1}} = \frac{2(2x-1)}{\sqrt{2x-1}} - \frac{4}{\sqrt{2x-1}} = \frac{4x-2-4}{\sqrt{2x-1}} = \frac{4x-6}{\sqrt{2x-1}}.$

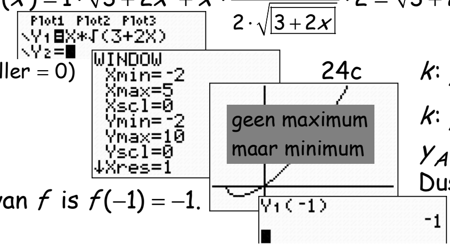
23a $f(x) = 4x(3x-1)^5 \Rightarrow f'(x) = 4 \cdot (3x-1)^5 + 4x \cdot 5(\boxed{3x-1})^4 \cdot 3 = 4 \cdot (3x-1)^5 + 60x \cdot (3x-1)^4$
$= (3x-1)^4 \cdot \big(4(3x-1) + 60x\big) = (3x-1)^4 \cdot (12x - 4 + 60x) = (3x-1)^4 \cdot (72x-4).$

23b $g(x) = x(1-x^2)^4 \Rightarrow g'(x) = 1 \cdot (1-x^2)^4 + x \cdot 4(\boxed{1-x^2})^3 \cdot -2x = (1-x^2)^4 - 8x^2 \cdot (1-x^2)^3$
$= (1-x^2)^3 \cdot \Big((1-x^2) - 8x^2\Big) = (1-x^2)^3 \cdot (1 - x^2 - 8x^2) = (1-x^2)^3 \cdot (1-9x^2).$

23c $h(x) = x\sqrt{2-2x} \Rightarrow h'(x) = 1 \cdot \sqrt{2-2x} + x \cdot \frac{1}{2 \cdot \sqrt{\boxed{2-2x}}} \cdot -2 = \sqrt{2-2x} - \frac{x}{\sqrt{2-2x}} = \frac{(\sqrt{2-2x})^2}{\sqrt{2-2x}} - \frac{x}{\sqrt{2-2x}} = \frac{2-2x-x}{\sqrt{2-2x}} = \frac{2-3x}{\sqrt{2-2x}}.$

24a $f(x) = x\sqrt{3+2x} \Rightarrow f'(x) = 1 \cdot \sqrt{3+2x} + x \cdot \frac{1}{2 \cdot \sqrt{\boxed{3+2x}}} \cdot 2 = \sqrt{3+2x} + \frac{x}{\sqrt{3+2x}} = \frac{(\sqrt{3+2x})^2}{\sqrt{3+2x}} + \frac{x}{\sqrt{3+2x}} = \frac{3+2x+x}{\sqrt{3+2x}} = \frac{3x+3}{\sqrt{3+2x}}.$

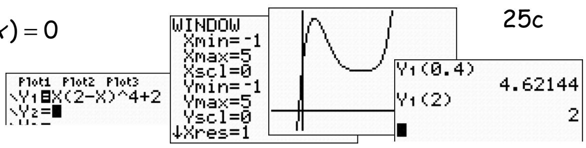
24b $f'(x) = \frac{3x+3}{\sqrt{3+2x}} = 0$ (teller = 0)
$3x + 3 = 0$
$3x = -3$
$x = -1.$
Minimum (zie een plot) van f is $f(-1) = -1.$



24c k: $y = ax + b$ met $a = f'(3) = \frac{3 \cdot 3 + 3}{\sqrt{3 + 2 \cdot 3}} = \frac{12}{3} = 4.$
$\left.\begin{array}{l} k\text{: } y = 4x + b \\ y_A = f(3) = 3 \cdot \sqrt{9} = 9 \Rightarrow A(3, 9) \end{array}\right\} \Rightarrow 9 = 4 \cdot 3 + b \Rightarrow -3 = b.$
Dus k: $y = 4x - 3.$

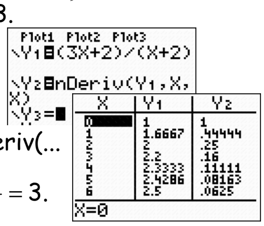
25a $g(x) = x(2-x)^4 + 2 \Rightarrow g'(x) = 1 \cdot (2-x)^4 + x \cdot 4(\boxed{2-x})^3 \cdot -1 = (2-x)^4 - 4x(2-x)^3$
$= (2-x)^3\big((2-x) - 4x\big) = (2-x)^3(2 - x - 4x) = (2-x)^3(2-5x).$

25b $g'(x) = (2-x)^3(2-5x) = 0$
$2 - x = 0 \vee 2 - 5x = 0$
$2 = x \vee 2 = 5x$
$x = 2 \vee x = \frac{2}{5} = 0,4.$



25c l: $y = ax + b$ met $a = g'(0) = 2^3 \cdot 2 = 16.$
$\left.\begin{array}{l} l\text{: } y = 16x + b \\ y_P = g(0) = 2 \Rightarrow P(0, 2) \end{array}\right\} \Rightarrow b = 2.$
Dus l: $y = 16x - 3.$

Het maximum (zie een plot) van g is $g(0,4) = 4,61244$ en het minimum (zie een plot) is $g(2) = 2.$



26a $\left.\begin{array}{l} t(x) = 3x + 2 \Rightarrow t'(x) = 3 \\ n(x) = x + 2 \Rightarrow n'(x) = 1 \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{t'(x)}{n'(x)} = \frac{3}{1} = 3.$

26b $q(x) = \frac{t(x)}{n(x)} = \frac{3x+2}{x+2} \Rightarrow q'(x) \approx$ nDeriv(...
TABLE laat zien dat $q'(x) \neq \frac{t'(x)}{n'(x)} = 3.$

27a $y=\frac{x+1}{x-4}\Rightarrow\frac{dy}{dx}=\frac{(x-4)\cdot1-(x+1)\cdot1}{(x-4)^2}=\frac{x-4-x-1}{(x-4)^2}=\frac{-5}{(x-4)^2}.$

$y=\frac{t}{n}\Rightarrow\frac{dy}{dx}=\left[\frac{t}{n}\right]'=\frac{n\cdot t'-t\cdot n'}{n^2}=\frac{n\cdot at-t\cdot an}{n^2}$

27b $y=7x+\frac{-2x+3}{x+7}\Rightarrow\frac{dy}{dx}=7+\frac{(x+7)\cdot-2-(-2x+3)\cdot1}{(x+7)^2}=7+\frac{-2x-14+2x-3}{(x+7)^2}=7-\frac{17}{(x+7)^2}.$

27c $y=\frac{3x^2}{6-x}+4x^3\Rightarrow\frac{dy}{dx}=\frac{(6-x)\cdot6x-3x^2\cdot-1}{(6-x)^2}+12x^2=\frac{36x-6x^2+3x^2}{(6-x)^2}+12x^2=\frac{-3x^2+36x}{(6-x)^2}+12x^2.$

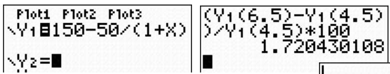
27d $y=\frac{4x+x^3}{8x^2-5}\Rightarrow\frac{dy}{dx}=\frac{(8x^2-5)\cdot(4+3x^2)-(4x+x^3)\cdot16x}{(8x^2-5)^2}=\frac{32x^2+24x^4-20-15x^2-64x^2-16x^4}{(8x^2-5)^2}=\frac{8x^4-47x^2-20}{(8x^2-5)^2}.$

28a $A=\frac{-2}{3+2t}+5t\Rightarrow\frac{dA}{dt}=\frac{(3+2t)\cdot0--2\cdot2}{(3+2t)^2}+5=\frac{4}{(3+2t)^2}+5.$ 28b $K=2q-\frac{1}{q+8}\Rightarrow\frac{dK}{dq}=2-\frac{(q+8)\cdot0-1\cdot1}{(q+8)^2}=2+\frac{1}{(q+8)^2}.$

28c $P=\left(\frac{2}{1+q}\right)^3\Rightarrow\frac{dP}{dq}=3\cdot\left(\boxed{\frac{2}{1+q}}\right)^2\cdot\frac{(1+q)\cdot0-2\cdot1}{(1+q)^2}=3\cdot\left(\frac{2}{1+q}\right)^2\cdot\frac{-2}{(1+q)^2}=3\cdot\frac{4}{(1+q)^2}\cdot\frac{-2}{(1+q)^2}=\frac{-24}{(1+q)^4}.$

28d $N=\left(\frac{2t}{t-1}\right)^4\Rightarrow\frac{dN}{dq}=4\cdot\left(\boxed{\frac{2t}{t-1}}\right)^3\cdot\frac{(t-1)\cdot2-2t\cdot1}{(t-1)^2}=4\cdot\left(\frac{2t}{t-1}\right)^3\cdot\frac{2t-2-2t}{(t-1)^2}=4\cdot\frac{8t^3}{(t-1)^3}\cdot\frac{-2}{(t-1)^2}=\frac{-64t^3}{(t-1)^5}.$

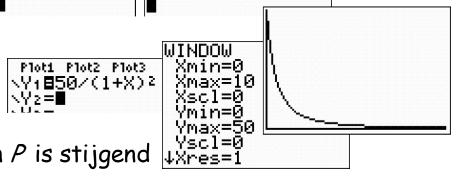
29a De procentuele toename is $\frac{P(6,5)-P(4,5)}{P(4,5)}\times100\%\approx1,7\%.$



29b $P=150-\frac{50}{1+x}\Rightarrow\frac{dP}{dx}=0-\frac{(1+x)\cdot0-50\cdot1}{(1+x)^2}=-\frac{-50}{(1+x)^2}=\frac{50}{(1+x)^2}.$

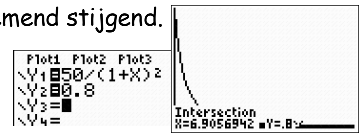
Uit een plot van $\frac{dP}{dx}$ (zie hiernaast) volgt:

- de grafiek van $\frac{dP}{dx}$ ligt boven de x-as, dus de grafiek van P is stijgend
- de grafiek van $\frac{dP}{dx}$ is bovendien dalend, dus de grafiek van P is afnemend stijgend.



29c $\frac{dP}{dx}=\frac{50}{(1+x)^2}=0,8$ (intersect) $\Rightarrow x\approx6,9.$

$\frac{dP}{dx}<0,8$ (zie een plot) $\Rightarrow 6,9<x(\leq10).$



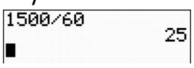
30a $q=20\Rightarrow20=\frac{20p+1600}{4p+5}$

$20(4p+5)=20p+1600$

$80p+100=20p+1600$

$60p=1500$

$p=25$ (€).



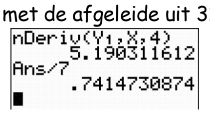
30b $q=\frac{20p+1600}{4p+5}\Rightarrow\frac{dq}{dp}=\frac{(4p+5)\cdot20-(20p+1600)\cdot4}{(4p+5)^2}=\frac{80p+100-80p-6400}{(4p+5)^2}=\frac{-6300}{(4p+5)^2}.$

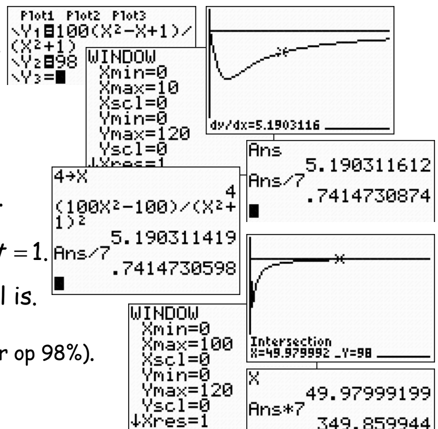
$\frac{dq}{dp}=\frac{-6300}{(4p+5)^2}<0$ voor elke p, dus de verkoop neemt af bij toenemende prijs.

30c Snelheid $\left[\frac{dq}{dp}\right]_{p=18}=\frac{-6300}{(4\cdot18+5)^2}\approx-1,06\Rightarrow$ verkoop neemt af met 1,06 kist/euro.

31a De snelheid is $\left[\frac{dP}{dt}\right]_{t=4}\approx5,19$ %/week (of met nDeriv(... of met de afgeleide uit 31b).

Dit is (ongeveer) 0,74 %/dag.





31b $P=\frac{100(t^2-t+1)}{t^2+1}\Rightarrow\frac{dP}{dx}=\frac{(t^2+1)\cdot100(2t-1)-100(t^2-t+1)\cdot2t}{(t^2+1)^2}$

$=\frac{200t^3-100t^2+200t-100-200t^3+200t^2-200t}{(t^2+1)^2}=\frac{100t^2-100}{(t^2+1)^2}.$

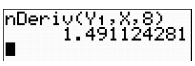
$\frac{dP}{dx}=\frac{100t^2-100}{(t^2+1)^2}=0$ (teller = 0) $\Rightarrow100t^2-100=0\Rightarrow100t^2=100=0\Rightarrow t^2=1\Rightarrow t=1.$

Uit een plot van P (zie bij 31a) volgt dat het zuurstofgehalte na 1 week minimaal is.

31c $P=\frac{100(t^2-t+1)}{t^2+1}=98$ (intersect) $\Rightarrow t\approx0,02$ (niet de juiste) $\vee$ $t\approx49,98$ (weken weer op 98%).

Dit zijn (ongeveer) 350 dagen.

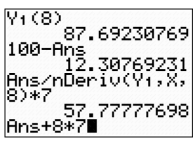
31d $\left[\frac{dP}{dt}\right]_{t=8}=1,49....$ %/week.



Het zuurstofgehalte na 8 weken is $P(8)=87,69...$ %.

Het zuurstofgehalte moet na 8 weken nog $100-P(8)=12,3...$ % stijgen.

Dit duurt dan nog $\frac{12,3...}{1,49...}\times7\approx58$ dagen.



Vanaf het begin van de vervuiling duur het $8\cdot7+58=114$ dagen tot het oorspronkelijke (100%) niveau bereikt wordt.

32a $y=4(3x-2)^3 \Rightarrow \frac{dy}{dx}=4\cdot 3(\boxed{3x-2})^2\cdot 3=36(3x-2)^2.$

32b $y=\frac{x+8}{x^2}\Rightarrow \frac{dy}{dx}=\frac{x^2\cdot 1-(x+8)\cdot 2x}{(x^2)^2}=\frac{x^2-2x^2-16}{x^4}=\frac{-x^2-16}{x^4}.$

32c $y=4\cdot\sqrt{x^2-3}\Rightarrow \frac{dy}{dx}=4\cdot\frac{1}{2\cdot\sqrt{\boxed{x^2-3}}}\cdot 2x=\frac{4x}{\sqrt{x^2-3}}.$

32d $y=6x\cdot\sqrt{5-4x}\Rightarrow \frac{dy}{dx}=6\cdot\sqrt{5-4x}+6x\cdot\frac{1}{2\cdot\sqrt{\boxed{5-4x}}}\cdot -4=6\cdot\sqrt{5-4x}-\frac{12x}{\sqrt{5-4x}}.$

32e $y=\frac{3}{(2x-7)^4}\Rightarrow\frac{dy}{dx}=\frac{(2x-7)^4\cdot 0-3\cdot 4(\boxed{2x-7})^3\cdot 2}{((2x-7)^4)^2}=\frac{-24(2x-7)^3}{(2x-7)^8}=\frac{-24}{(2x-7)^5}.$
Alternatieve uitwerking: $y=\frac{3}{(2x-7)^4}=3(2x-7)^{-4}\Rightarrow \frac{dy}{dx}=3\cdot -4(\boxed{2x-7})^{-5}\cdot 2=-24(2x-7)^{-5}=\frac{-24}{(2x-7)^5}.$

32f $y=4x^2\cdot\sqrt{x}=4x^2\cdot x^{\frac12}=4x^{2\frac12}\Rightarrow \frac{dy}{dx}=4\cdot 2\frac12 x^{1\frac12}=10x^{1\frac12}=10x\cdot\sqrt{x}.$
Alternatieve uitwerking: $y=4x^2\cdot\sqrt{x}\Rightarrow\frac{dy}{dx}=8x\cdot\sqrt{x}+4x^2\cdot\frac{1}{2\cdot\sqrt{x}}=8x\cdot\sqrt{x}+\frac{2x^2}{\sqrt{x}}$ $(=8x\cdot\sqrt{x}+2x\cdot\sqrt{x}=10x\cdot\sqrt{x}).$

32g $y=5x+\sqrt{1-x}\Rightarrow\frac{dy}{dx}=5+\frac{1}{2\cdot\sqrt{\boxed{1-x}}}\cdot -1=5-\frac{1}{2\cdot\sqrt{1-x}}.$

32h $y=\frac{3}{x^2}+\frac{2}{3x}=3\cdot x^{-2}+\frac23\cdot x^{-1}\Rightarrow\frac{dy}{dx}=-6x^{-3}-\frac23\cdot x^{-2}=-\frac{6}{x^3}-\frac{2}{3x^2}.$
Alternatieve uitwerking: $y=\frac{3}{x^2}+\frac{2}{3x}\Rightarrow\frac{dy}{dx}=\frac{x^2\cdot 0-3\cdot 2x}{(x^2)^2}+\frac{3x\cdot 0-2\cdot 3}{(3x)^2}=\frac{-6x}{x^4}-\frac{6}{9x^2}=-\frac{6}{x^3}-\frac{2}{3x^2}.$

32i $y=5x\cdot\sqrt{5x}=5x\cdot(5x)^{\frac12}=(5x)^{1\frac12}\Rightarrow\frac{dy}{dx}=1\frac12\cdot(\boxed{5x})^{\frac12}\cdot 5=7\frac12\cdot\sqrt{5x}.$
Alternatieve uitwerking: $y=5x\cdot\sqrt{5x}\Rightarrow\frac{dy}{dx}=5\cdot\sqrt{5x}+5x\cdot\frac{1}{2\cdot\sqrt{\boxed{5x}}}\cdot 5=5\cdot\sqrt{5x}+\frac{25x}{2\cdot\sqrt{5x}}.$

33a $f(x)=x^2\cdot(1-x)^6\Rightarrow f'(x)=2x\cdot(1-x)^6+x^2\cdot 6(\boxed{1-x})^5\cdot -1=2x\cdot(1-x)^6-6x^2\cdot(1-x)^5$
$=(1-x)^5\cdot\left(2x\cdot(1-x)-6x^2\right)=(1-x)^5\cdot(2x-2x^2-6x^2)=(1-x)^5\cdot(2x-8x^2).$

33b $g(x)=2x^2\cdot\sqrt{1-x^2}\Rightarrow g'(x)=4x\cdot\sqrt{1-x^2}+2x^2\cdot\frac{1}{2\cdot\sqrt{\boxed{1-x^2}}}\cdot -2x=4x\cdot\sqrt{1-x^2}-\frac{2x^3}{\sqrt{1-x^2}}$
$=4x\cdot\frac{(\sqrt{1-x^2})^2}{\sqrt{1-x^2}}-\frac{2x^3}{\sqrt{1-x^2}}=\frac{4x(1-x^2)-2x^3}{\sqrt{1-x^2}}=\frac{4x-4x^3-2x^3}{\sqrt{1-x^2}}=\frac{4x-6x^3}{\sqrt{1-x^2}}.$

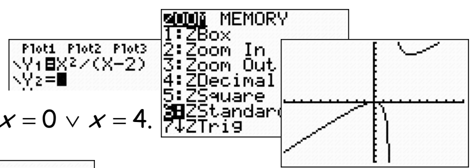
33c $y=\frac{x}{(2x-1)^3}\Rightarrow\frac{dy}{dx}=\frac{(2x-1)^3\cdot 1-x\cdot 3(\boxed{2x-1})^2\cdot 2}{((2x-1)^3)^2}=\frac{(2x-1)^3-6x(2x-1)^2}{(2x-1)^6}=\frac{(2x-1)^2\cdot((2x-1)-6x)}{(2x-1)^6}=\frac{2x-1-6x}{(2x-1)^4}=\frac{-4x-1}{(2x-1)^4}.$

34a $f(x)=\frac{x-1}{x+2}\Rightarrow f'(x)=\frac{(x+2)\cdot 1-(x-1)\cdot 1}{(x+2)^2}=\frac{x+2-x+1}{(x+2)^2}=\frac{3}{(x+2)^2}.$

34b $\frac{3}{(x+2)^2}>0$ voor elke $x\neq -2$ (zowel de teller als de noemer zijn dan positief). Dus $f'(x)>0$ voor elke x uit het domein.

34c Bij extremen van f geldt: $f'(x)=0$. Omdat $f'(x)=0$ voor elke x uit het domein, heeft f dus geen extremen.

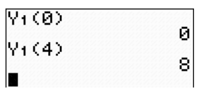
35a $y=\frac{x^2}{x-2}\Rightarrow\frac{dy}{dx}=\frac{(x-2)\cdot 2x-x^2\cdot 1}{(x-2)^2}=\frac{2x^2-4x-x^2}{(x-2)^2}=\frac{x^2-4x}{(x-2)^2}.$



Extremen: $\frac{dy}{dx}=\frac{x^2-4x}{(x-2)^2}=0$ ($\Rightarrow$ teller $=0$) $\Rightarrow x^2-4x=0\Rightarrow x(x-4)=0\Rightarrow x=0\vee x=4.$

$x=0$ geeft maximum (zie de plot hiernaast) $y(0)=\frac{0^2}{0-2}=\frac{0}{-2}=0$ en

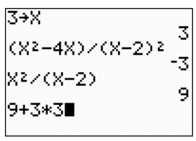
$x=4$ geeft minimum (zie de plot hiernaast) $y(4)=\frac{4^2}{4-2}=\frac{16}{2}=8.$



35b $y=ax+b$ met $a=\left[\frac{dy}{dx}\right]_{x=3}=\frac{3^2-4\cdot 3}{(3-2)^2}=\frac{9-12}{1^2}=\frac{-3}{1}=-3.$

$\left.\begin{array}{l} y=-3x+b\\ y_A=\frac{3^2}{3-2}=\frac91=9\Rightarrow A(3,9)\end{array}\right\}\Rightarrow 9=-3\cdot 3+b\Rightarrow 9+9=18=b.$

Dus $y=-3x+18$.

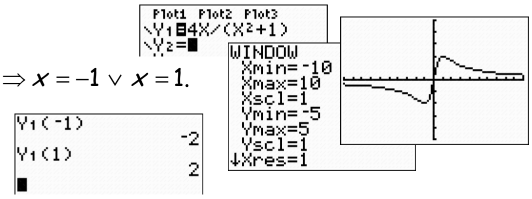


36a $y=\dfrac{4x}{x^2+1} \Rightarrow \dfrac{dy}{dx}=\dfrac{(x^2+1)\cdot 4-4x\cdot 2x}{(x^2+1)^2}=\dfrac{4x^2+4-8x^2}{(x^2+1)^2}=\dfrac{-4x^2+4}{(x^2+1)^2}$.

$\dfrac{dy}{dx}=\dfrac{-4x^2+4}{(x^2+1)^2}=0$ ($\Rightarrow$ teller $=0$) $\Rightarrow -4x^2+4=0 \Rightarrow -4x^2=-4 \Rightarrow x^2=1 \Rightarrow x=-1 \vee x=1$.

$x=-1$ geeft minimum (zie de plot hiernaast) $y(-1)=\dfrac{4\cdot -1}{(-1)^2+1}=\dfrac{-4}{2}=-2$ en

$x=1$ geeft maximum (zie de plot hiernaast) $y(1)=\dfrac{4\cdot 1}{1^2+1}=\dfrac{4}{2}=2$.

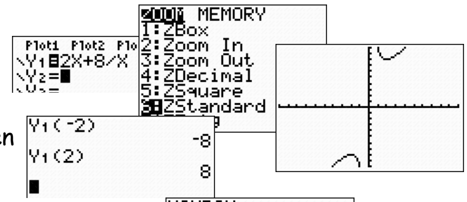


36b $y=2x+\dfrac{8}{x}=2x+8x^{-1} \Rightarrow \dfrac{dy}{dx}=2-8x^{-2}=2-\dfrac{8}{x^2}$.

$\dfrac{dy}{dx}=2-\dfrac{8}{x^2}=0 \Rightarrow 2=\dfrac{8}{x^2} \Rightarrow 2x^2=8 \Rightarrow x^2=4 \Rightarrow x=-2 \vee x=2$.

$x=-2$ geeft maximum (zie de plot hiernaast) $y(-2)=2\cdot -2+\dfrac{8}{-2}=-4-4=-8$ en

$x=2$ geeft minimum (zie de plot hiernaast) $y(2)=2\cdot 2+\dfrac{8}{2}=4+4=8$.

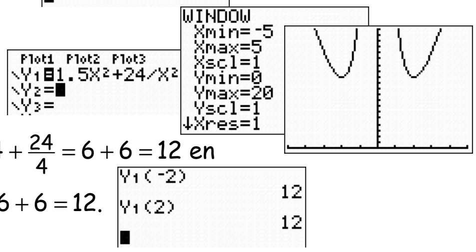


36c $y=1{,}5x^2+\dfrac{24}{x^2}=1{,}5x^2+24x^{-2} \Rightarrow \dfrac{dy}{dx}=3x-48x^{-3}=3x-\dfrac{48}{x^3}$.

$\dfrac{dy}{dx}=3x-\dfrac{48}{x^3}=0 \Rightarrow 3x=\dfrac{48}{x^3} \Rightarrow 3x^4=48 \Rightarrow x^4=16 \Rightarrow x=-2 \vee x=2$.

$x=-2$ geeft minimum (zie de plot hiernaast) $y(-2)=1{,}5\cdot(-2)^2+\dfrac{24}{(-2)^2}=1{,}5\cdot 4+\dfrac{24}{4}=6+6=12$ en

$x=2$ geeft minimum (zie de plot hiernaast) $y(2)=1{,}5\cdot 2^2+\dfrac{24}{2^2}=1{,}5\cdot 4+\dfrac{24}{4}=6+6=12$.

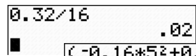


37a $C=\dfrac{0{,}16t}{t^2+4t+4} \Rightarrow \dfrac{dC}{dt}=\dfrac{(t^2+4t+4)\cdot 0{,}16-0{,}16t\cdot(2t+4)}{(t^2+4t+4)^2}=\dfrac{0{,}16t^2+0{,}64t+0{,}64-0{,}32t^2-0{,}64t}{(t^2+4t+4)^2}=\dfrac{-0{,}16t^2+0{,}64}{(t^2+4t+4)^2}$.

$\left[\dfrac{dC}{dt}\right]_{t=0}=\dfrac{-0{,}16\cdot 0^2+0{,}64}{(0^2+4\cdot 0+4)^2}=\dfrac{0{,}64}{4^2}=\dfrac{0{,}64}{16}=0{,}04>0$. Dus de concentratie neemt direct na toediening toe.

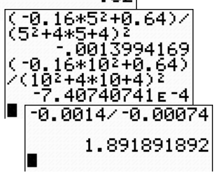
37b $\dfrac{dC}{dt}=\dfrac{-0{,}16t^2+0{,}64}{(t^2+4t+4)^2}=0$ ($\Rightarrow$ teller $=0$) $\Rightarrow -0{,}16t^2+0{,}64=0 \Rightarrow -0{,}16t^2=-0{,}64 \Rightarrow t^2=4 \Rightarrow t=-2$ (vervalt) $\vee\ t=2$.

$t=2$ geeft maximum (maak een plot van C voor $t>0$) $C(2)=\dfrac{0{,}16\cdot 2}{2^2+4\cdot 2+4}=\dfrac{0{,}32}{4+8+4}=\dfrac{0{,}32}{16}=0{,}02$.



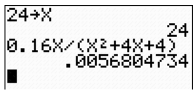
37c $\left[\dfrac{dC}{dt}\right]_{t=5}=\dfrac{-0{,}16\cdot 5^2+0{,}64}{(5^2+4\cdot 5+4)^2}\approx -0{,}0014$ en $\left[\dfrac{dC}{dt}\right]_{t=10}=\dfrac{-0{,}16\cdot 10^2+0{,}64}{(10^2+4\cdot 10+4)^2}\approx -0{,}00074$.

$\dfrac{-0{,}0014}{-0{,}00074}\approx 1{,}9 \Rightarrow$ dus de snelheid op $t=5$ is ongeveer 2 keer zo groot als de snelheid op $t=10$.

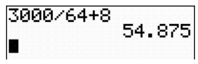


37d $C(24)=\dfrac{0{,}16\cdot 24}{24^2+4\cdot 24+4}\approx 0{,}0057>0{,}005$.

Dus na 24 uur is de aanwezigheid van het medicijn nog aantoonbaar.



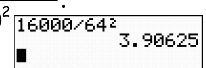
38a $V(0)=\dfrac{1000\cdot 0+3000}{0^2+16\cdot 0+64}+8=\dfrac{3000}{64}+8\approx 54{,}9$. Dus de verkoop was (ongeveer) 55 stuks per maand.



38b $V=\dfrac{1000t+3000}{t^2+16t+64}+8 \Rightarrow \dfrac{dV}{dt}=\dfrac{(t^2+16t+64)\cdot 1000-(1000t+3000)\cdot(2t+16)}{(t^2+16t+64)^2}+0$

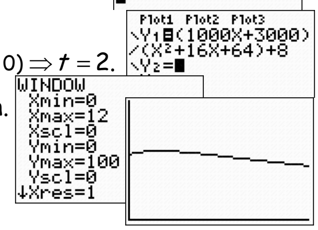
$=\dfrac{1000t^2+16000t+64000-2000t^2-16000t-6000t-48000}{(t^2+16t+64)^2}=\dfrac{-1000t^2-6000t+16000}{(t^2+16t+64)^2}$.

$\left[\dfrac{dV}{dt}\right]_{t=0}=\dfrac{-1000\cdot 0^2-6000\cdot 0+16000}{(0^2+16\cdot 0+64)^2}=\dfrac{16000}{64^2}\approx 3{,}9>0$. Dus op $t=0$ stijgt de verkoop nog.



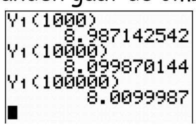
38c $\dfrac{dV}{dt}=\dfrac{-1000t^2-6000t+16000}{(t^2+16t+64)^2}=0$ ($\Rightarrow$ teller $=0$) $\Rightarrow t^2+6t-16=0 \Rightarrow (t+8)(t-2)=0$ (met $t>0$) $\Rightarrow t=2$.

$t=2$ geeft maximum (maak een plot van V voor $t>0$). Dus na 2 maanden gaat de omzet dalen.



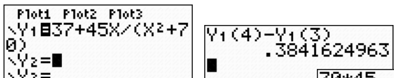
38d $V=\dfrac{1000t+3000}{t^2+16t+64}+8$ gaat voor (hele) grote t naar de waarde 8.

Dus op den duur is de verkoop 8 camera's per maand.



39a Het vierde uur loopt van $t=3$ tot $t=4$.

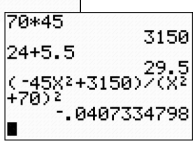
De temperatuur neemt toe met $T(4)-T(3)\approx 0{,}38$ °C.



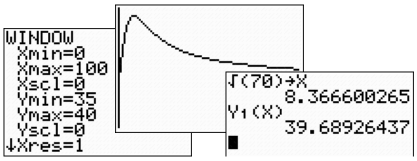
39b $T=37+\dfrac{45t}{t^2+70}+8 \Rightarrow \dfrac{dT}{dt}=0+\dfrac{(t^2+70)\cdot 45-45t\cdot 2t}{(t^2+70)^2}=\dfrac{45t^2+3150-90t^2}{(t^2+70)^2}=\dfrac{-45t^2+3150}{(t^2+70)^2}$.

Bij 2 mei om 17:30 hoort $t=24+5\frac{1}{2} \Rightarrow \left[\dfrac{dV}{dt}\right]_{t=29{,}5}=\dfrac{-45\cdot 29{,}5^2+3150}{(29{,}5^2+70)^2}\approx -0{,}04$.

Dus de snelheid waarmee de temperatuur afneemt op 2 mei om 17:30 is 0,04 °C per uur.



39c $T = \frac{-45t^2+3150}{(t^2+70)^2} = 0$ (teller = 0) $\Rightarrow$
$-45t^2 + 3150 = 0 \Rightarrow -45t^2 = -3150 \Rightarrow t^2 = 70$ (met $0 \le t \le 100$) $\Rightarrow t = \sqrt{70} \approx 8{,}37$.
De maximale (zie een plot) temperatuur van Frank is $T(\sqrt{70}) \approx 39{,}7$ °C.



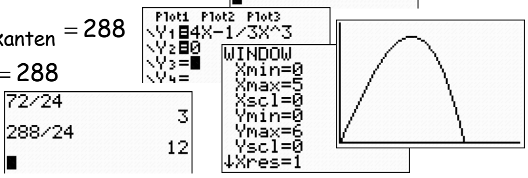
39d Uit een plot van $\frac{dT}{dt} = \frac{-45t^2+3150}{(t^2+70)^2}$ (zie hiernaast) volgt:

- de grafiek van $\frac{dT}{dt}$ ligt voor $t > \sqrt{70}$ onder de t-as, dus de grafiek van T daalt voor $t > \sqrt{70}$.
- voor $t > \sqrt{70}$ zie je bovendien dat de grafiek van $\frac{dT}{dt}$ eerst daalt en dan weer stijgt, dus voor $t > \sqrt{70}$ is de lichaamstemperatuur eerst toenemend dalend en daarna afnemend dalend.

40a $K_{bodem} = x \cdot x \cdot 24 = 24x^2$ (€).

40b $K_{zijkanten} = x \cdot y \cdot 18 \cdot 4 = 72xy$ (€).

40c $K_{bodem} + K_{zijkanten} = 288$
$24x^2 + 72xy = 288$
$x^2 + 3xy = 12$
$3xy = 12 - x^2$
$y = \frac{12-x^2}{3x}$



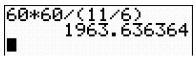
40d $I = x \cdot x \cdot y = x \cdot x \cdot \frac{12-x^2}{3x} = \frac{1}{3}x \cdot (12 - x^2) = 4x - \frac{1}{3}x^3$.

40e $I = 4x - \frac{1}{3}x^3 \Rightarrow \frac{dI}{dx} = 4 - x^2$.
$\frac{dI}{dx} = 4 - x^2 = 0 \Rightarrow 4 = x^2$ (met $x > 0$) $\Rightarrow x = 2$.
I maximaal (zie de plot hiernaast) bij $x = 2$.
$x = 2$ geeft $y = \frac{12-2^2}{3 \cdot 2} = \frac{12-4}{6} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3} = 1\frac{1}{3}$.
De afmetingen van de kist zijn dan $2 \times 2 \times 1\frac{1}{3}$ meter
$I_{max} = 4 \cdot 2 - \frac{1}{3} \cdot 2^3 = 8 - \frac{8}{3} = 8 - 2\frac{2}{3} = 5\frac{1}{3}$ m³.

41a Bij te hard rijden ontstaan ongelukken. (en bij grotere snelheden moet ook meer afstand worden gehouden)

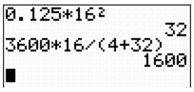
41b Afstand $= 12{,}5 + 4 = 16{,}5$ (meter) en $t = \frac{16{,}5}{10} = 1{,}65$ (seconden).

41c Afstand $= 18 + 4 = 22$ (meter); $t = \frac{22}{12} = \frac{11}{6}$ (seconden) en het aantal auto's per uur is $\frac{60 \cdot 60}{\frac{11}{6}} \approx 1964$.

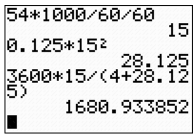


41d $Q = \frac{60 \cdot 60}{t} = \frac{3600}{t}$ én $t = \frac{4+r}{v} \Rightarrow Q = \frac{3600}{\frac{4+r}{v}} = \frac{3600}{\frac{4+r}{v}} \cdot \frac{v}{v} = \frac{3600v}{4+r}$.

41e $v = 16 \Rightarrow r = 0{,}125 \cdot 16^2 = 32$ en $Q = \frac{3600 \cdot 16}{4+32} = 1600$.

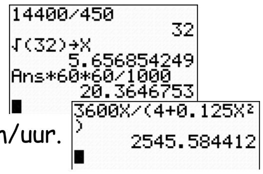


41f 54 km/uur = 15 m/s. $v = 15 \Rightarrow r = 0{,}125 \cdot 16^2 = 32$ en $Q = \frac{3600 \cdot 16}{4+32} \approx 1681$ (auto's/uur).

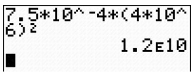


41g $Q = \frac{3600v}{4+r}$ én $r = 0{,}125v^2 \Rightarrow Q = \frac{3600v}{4+0{,}125v^2}$.
$Q = \frac{3600v}{4+0{,}125v^2} \Rightarrow \frac{dQ}{dv} = \frac{(4+0{,}125v^2) \cdot 3600 - 3600v \cdot 0{,}250v}{(4+0{,}125v^2)^2} = \frac{14400+450v^2-900v^2}{(4+0{,}125v^2)^2} = \frac{-450v^2+14400}{(4+0{,}125v^2)^2}$.

41h $\frac{dQ}{dv} = \frac{-450v^2+14400}{(4+0{,}125v^2)^2} = 0$ ($\Rightarrow$ teller = 0) $\Rightarrow -450v^2 = -14400 \Rightarrow v^2 = 32$ (met $v > 0$) $\Rightarrow v = \sqrt{32}$.
Q is maximaal (één kandidaat/zie een plot) bij een snelheid van (ongeveer) 5,66 m/s ofwel 20,4 km/uur.
Er passeren dan (ongeveer) 2546 auto's per uur.

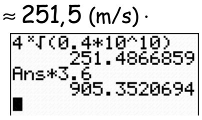


42a $W_i = 7{,}5 \cdot 10^{-4} \cdot \frac{M^2}{v^2}$ met $M = 4 \cdot 10^6 \Rightarrow W_i = 7{,}5 \cdot 10^{-4} \cdot \frac{(4 \cdot 10^6)^2}{v^2} = \frac{1{,}2 \cdot 10^{10}}{v^2}$.



$W = W_1 + W_i = 3v^2 + \frac{1{,}2 \cdot 10^{10}}{v^2} = 3v^2 + 1{,}2 \cdot 10^{10} \cdot v^{-2} \Rightarrow \frac{dW}{dv} = 6v - 2{,}4 \cdot 10^{10} \cdot v^{-3} = \frac{6v^4}{v^3} - \frac{2{,}4 \cdot 10^{10}}{v^3} = \frac{6v^4 - 2{,}4 \cdot 10^{10}}{v^3}$.

42b $\frac{dW}{dv} = \frac{6v^4 - 2{,}4 \cdot 10^{10}}{v^3} = 0$ ($\Rightarrow$ teller = 0) $\Rightarrow 6v^4 = 2{,}4 \cdot 10^{10} \Rightarrow v^4 = 0{,}4 \cdot 10^{10}$ (met $v > 0$) $\Rightarrow v = \sqrt{\sqrt{0{,}4 \cdot 10^{10}}} \approx 251{,}5$ (m/s).
W is minimaal (één kandidaat/zie een plot) bij een snelheid van (ongeveer) 251,5 m/s ofwel 905 km/uur.

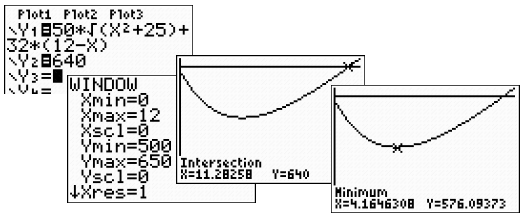


42c $W_1 = W_i \Rightarrow 3v^2 = \frac{1{,}2 \cdot 10^{10}}{v^2} \Rightarrow 3v^4 = 1{,}2 \cdot 10^{10} \Rightarrow v^4 = 0{,}4 \cdot 10^{10} \Rightarrow v = \sqrt[4]{0{,}4 \cdot 10^{10}}$. (zie ook 42b)

43a In figuur 16.8a zie je dat er boven zee een neerwaartse luchtstroom is en dat kost een vogel meer energie.

43b $EB^2 = AB^2 + AE^2 = 12^2 + 5^2 = 144 + 25 = 169 \Rightarrow EB = \sqrt{169} = 13$ (km). Rechtstreeks over zee is $13 \cdot 50 = 650$ kJ nodig.

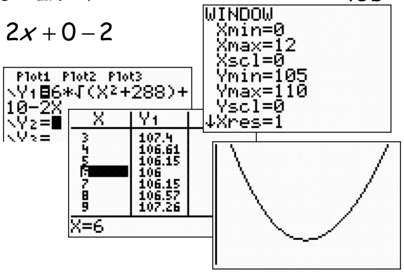
44a $AC = x \Rightarrow CB = 12 - x$ (km over land) en $EC^2 = AC^2 + AE^2 = x^2 + 5^2 = x^2 + 25 \Rightarrow EC = \sqrt{x^2 + 25}$ (km over zee).
Voor deze vlucht is $50 \cdot \sqrt{x^2 + 25} + 32 \cdot (12 - x)$ kJ nodig.



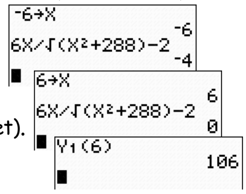
44b $50 \cdot \sqrt{x^2+25} + 32 \cdot (12-x) = 640$ (intersect) $\Rightarrow x = AC \approx 11{,}28$ (km).

44c $E = 50 \cdot \sqrt{x^2+25} + 32 \cdot (12-x)$ (optie minimium) $\Rightarrow x = AC \approx 4{,}16$ (km).
Dus op 4,16 km van A bereikt de de scholekster de kust.
Het minimale totale energieverbruik is 576 kJ.

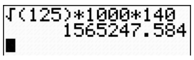
45a $y = 6 \cdot \sqrt{x^2+288} + 10 - 2x \Rightarrow$
$\frac{dy}{dx} = 6 \cdot \frac{1}{2 \cdot \sqrt{x^2+288}} \cdot 2x + 0 - 2$
$= \frac{6x}{\sqrt{x^2+288}} - 2.$



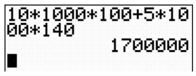
45b $\frac{dy}{dx} = \frac{6x}{\sqrt{x^2+288}} - 2 = 0 \Rightarrow \frac{6x}{\sqrt{x^2+288}} = \frac{2}{1}$
$6x = 2 \cdot \sqrt{x^2+288} \Rightarrow 3x = \sqrt{x^2+288}$ (kwadrateren)
$9x^2 = x^2 + 288$
$8x^2 = 288$
$x^2 = 36$
$x = -6$ (voldoet niet) $\vee$ $x = 6$ (voldoet).
y_{min} (zie plot/TABLE) $= y(6) = 106.$



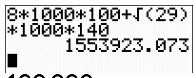
46a $EB^2 = AB^2 + AE^2 = 10^2 + 5^2 = 100 + 25 = 125 \Rightarrow EB = \sqrt{125}$ (km).
De kosten via BE zijn $\sqrt{125} \cdot 1000 \cdot 140 \approx 1565\,200$ euro.



46b De kosten van B via A naar E zijn $10 \cdot 1000 \cdot 100 + 5 \cdot 1000 \cdot 140 \approx 1700\,000$ euro.



46c $EC^2 = AC^2 + AE^2 = 2^2 + 5^2 = 4 + 25 = 29 \Rightarrow EC = \sqrt{29}$ (km).
De kosten van B via C naar E zijn $8 \cdot 1000 \cdot 100 + \sqrt{29} \cdot 1000 \cdot 140 \approx 1553\,900$ euro.

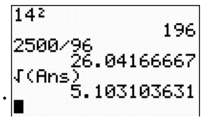


46d $BP = 10 - x$ (km) en de kosten van het tracé BP zijn $(10-x) \cdot 1000 \cdot 100 = 1\,000\,000 - 100\,000x$ euro.

46e $EP^2 = AP^2 + AE^2 = x^2 + 5^2 = x^2 + 25 \Rightarrow EP = \sqrt{x^2+25}$ (km).
De kosten van het tracé PE zijn $\sqrt{x^2+25} \cdot 1000 \cdot 140 = 140\,000 \cdot \sqrt{x^2+25}$ euro.

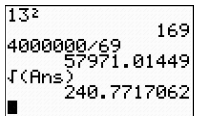
46f $TK = 1\,000\,000 - 100\,000x + 140\,000 \cdot \sqrt{x^2+25}.$

46g $TK = 1\,000\,000 - 100\,000x + 140\,000 \cdot \sqrt{x^2+25} \Rightarrow \frac{dTK}{dx} = 100\,000 + 140\,000 \cdot \frac{1}{2 \cdot \sqrt{x^2+25}} \cdot 2x = -100\,000 + \frac{140000x}{\sqrt{x^2+25}}.$
$\frac{dTK}{dx} = -100\,000 + \frac{140000x}{\sqrt{x^2+25}} = 0 \Rightarrow \frac{140000x}{\sqrt{x^2+25}} = 100\,000 \Rightarrow \frac{14x}{\sqrt{x^2+25}} = \frac{10}{1} \Rightarrow 14x = 10 \cdot \sqrt{x^2+25}$ (kwadr.)
$196x^2 = 100(x^2+25) \Rightarrow 196x^2 = 100x^2 + 2\,500 \Rightarrow 96x^2 = 2\,500 \Rightarrow x^2 = \frac{2500}{96} \Rightarrow x = \sqrt{\frac{2500}{96}} \approx 5{,}103.$

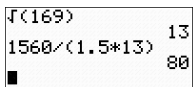


47a $FP = 2\,000 - x$ en $AP = \sqrt{AP^2 + AE^2} = \sqrt{x^2 + 200^2} = \sqrt{x^2 + 40\,000}.$
$K = 65 \cdot \sqrt{x^2+40\,000} + (2\,000 - x) \cdot 50 = 65 \cdot \sqrt{x^2+40\,000} - 50x + 100\,000.$

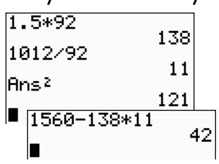
47b $K = 65 \cdot \sqrt{x^2+40\,000} - 50x + 100\,000 \Rightarrow \frac{dK}{dx} = 65 \cdot \frac{1}{2 \cdot \sqrt{x^2+40000}} \cdot 2x - 50 = \frac{65x}{\sqrt{x^2+40000}} - 50.$
$\frac{dK}{dx} = \frac{65x}{\sqrt{x^2+40000}} - 50 = 0 \Rightarrow \frac{65x}{\sqrt{x^2+40000}} = 50 \Rightarrow \frac{13x}{\sqrt{x^2+40000}} = \frac{10}{1} \Rightarrow 13x = 10 \cdot \sqrt{x^2+40\,000}$ (kwadr.)
$169x^2 = 100(x^2 + 40\,000) \Rightarrow 169x^2 = 100x^2 + 4\,000\,000 \Rightarrow 69x^2 = 4\,000\,000 \Rightarrow x^2 = \frac{4000000}{69} \Rightarrow x = \sqrt{\frac{4000000}{69}} \approx 241.$



48a $R = p \cdot q = (1560 - a \cdot \sqrt{q}) \cdot q = 1560q - a \cdot q \cdot \sqrt{q} = 1560q - a \cdot q \cdot q^{0,5} = 1560q - a \cdot q^{1,5}.$
$R = 1560q - a \cdot q^{1,5} \Rightarrow \frac{dR}{dq} = 1560 - 1{,}5a \cdot q^{0,5} = 1560 - 1{,}5a \cdot \sqrt{q}.$
$\left[\frac{dR}{dq}\right]_{q=169} = 0 \Rightarrow 1560 - 1{,}5a \cdot \sqrt{169} = 0 \Rightarrow 1560 - 1{,}5a \cdot 13 = 0 \Rightarrow 1560 = 1{,}5a \cdot 13 \Rightarrow a = \frac{1560}{1{,}5 \cdot 13} = 80.$



48b $a = 92 \Rightarrow R = 1560q - 92 \cdot q^{1,5}$ en $W = R - K = 1560q - 92 \cdot q^{1,5} - (250 + bq) = 1560q - 92 \cdot q^{1,5} - 250 - bq.$
$W = 1560q - 92 \cdot q^{1,5} - 250 - bq \Rightarrow \frac{dW}{dq} = 1560 - 1{,}5 \cdot 92 \cdot q^{0,5} - b = 1560 - 138 \cdot \sqrt{q} - b.$
$p = 548 \Rightarrow 548 = 1560 - 92 \cdot \sqrt{q} \Rightarrow 92 \cdot \sqrt{q} = 1012 \Rightarrow \sqrt{q} = 11 \Rightarrow q = 11^2 = 121.$
$\left[\frac{dW}{dq}\right]_{q=121} = 0 \Rightarrow 1560 - 138 \cdot \sqrt{121} - b = 0 \Rightarrow 1560 - 138 \cdot 11 = b \Rightarrow b = 42.$



Diagnostische toets

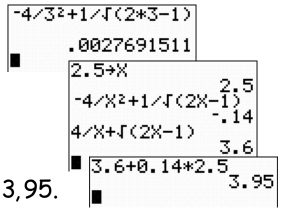
D1a De gemiddelde snelheid op het interval [1,5] is $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(5)-f(1)}{5-1} \approx -0{,}3.$

D1b $f(x) = \frac{4}{x} + \sqrt{2x-1} = 4 \cdot x^{-1} + \sqrt{2x-1} \Rightarrow f'(x) = -4 \cdot x^{-2} + \frac{1}{2 \cdot \sqrt{2x-1}} \cdot 2 = -\frac{4}{x^2} + \frac{1}{\sqrt{2x-1}}.$

$f'(3) = -\frac{4}{3^2} + \frac{1}{\sqrt{2 \cdot 3 - 1}} \approx 0{,}03 > 0,$ dus $f(x)$ neemt toe voor $x = 3$.

D1c k: $y = ax + b$ met $a = f'(2\tfrac{1}{2}) = -\frac{4}{(2\frac{1}{2})^2} + \frac{1}{\sqrt{2 \cdot 2\frac{1}{2} - 1}} = -0{,}14.$

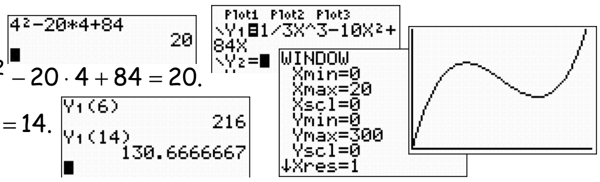
$$\left.\begin{array}{l} k\text{: } y = -0{,}14x + b \\ y_A = f(2\tfrac{1}{2}) = 3{,}6 \Rightarrow A(2\tfrac{1}{2};\, 3{,}6) \end{array}\right\} \Rightarrow 3{,}6 = -0{,}14 \cdot 2\tfrac{1}{2} + b \Rightarrow b = 3{,}95. \text{ Dus } k\text{: } y = -0{,}14x + 3{,}95.$$



D2a $R(q) = \frac{1}{3}q^3 - 10q^2 + 84q \Rightarrow R'(q) = q^2 - 20q + 84.$

De snelheid waarmee R verandert voor $x = 4$ is $R'(4) = 4^2 - 20 \cdot 4 + 84 = 20.$

D2b $R'(q) = q^2 - 20q + 84 = 0 \Rightarrow (q-6)(q-14) = 0 \Rightarrow q = 6 \vee q = 14.$
R is maximaal (zie een plot van R) voor $x = 6$ en $R_{max} = 216$.

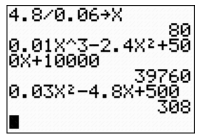


D3 $K = 0{,}01q^3 - 2{,}4q^2 + 500q + 10\,000 \Rightarrow \frac{dK}{dq} = K'(q) = 0{,}03q^2 - 4{,}8q + 500 \Rightarrow \frac{d}{dq}\left(\frac{dK}{dq}\right) = K''(q) = 0{,}06q - 4{,}8.$

$\frac{d}{dq}\left(\frac{dK}{dq}\right) = 0 \Rightarrow 0{,}06q - 4{,}8 = 0 \Rightarrow 0{,}06q = 4{,}8 \Rightarrow q = \frac{4{,}8}{0{,}06} = 80.$

$\frac{dK}{dq}$ is minimaal (er is maar één kandidaat voor de vraagstelling/zie een plot van $\frac{dK}{dq}$) voor $q = 80$.

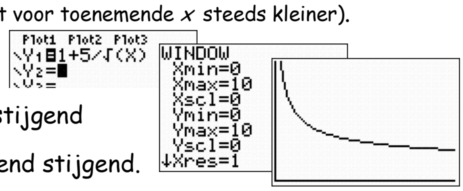
$\left[\frac{dK}{dq}\right]_{q=80} = 308,$ dus de minimale snelheid waarmee K toeneemt is 308 (€/kg).



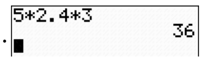
D4 $y = x + 10 \cdot \sqrt{x} \Rightarrow \frac{dy}{dx} = y'(x) = 1 + 10 \cdot \frac{1}{2 \cdot \sqrt{x}} = 1 + \frac{5}{\sqrt{x}}$ (is steeds positief en wordt voor toenemende x steeds kleiner).

Uit een plot van $\frac{dy}{dx}$ (zie hiernaast) volgt:

- de grafiek van $\frac{dy}{dx}$ ligt geheel boven de x-as, dus de grafiek van y is stijgend
- de grafiek van $\frac{dy}{dx}$ is bovendien dalend, dus de grafiek van y is afnemend stijgend.



D5a $f(x) = 5x \cdot (3x+2)^{2{,}4} \Rightarrow f'(x) = 5 \cdot (3x+2)^{2{,}4} + 5x \cdot 2{,}4(\boxed{3x+2})^{1{,}4} \cdot 3 = 5(3x+2)^{2{,}4} + 36x(3x+2)^{1{,}4}.$



D5b $g(x) = 6x \cdot \sqrt{x^2+4} \Rightarrow g'(x) = 6 \cdot \sqrt{x^2+4} + 6x \cdot \frac{1}{2 \cdot \sqrt{\boxed{x^2+4}}} \cdot 2x = 6 \cdot \sqrt{x^2+4} + \frac{6x^2}{\sqrt{x^2+4}}.$

D6a $f(x) = 2x \cdot (x^2+3)^4 \Rightarrow f'(x) = 2 \cdot (x^2+3)^4 + 2x \cdot 4(\boxed{x^2+3})^3 \cdot 2x = 2 \cdot (x^2+3)^4 + 16x^2 \cdot (x^2+3)^3$

$$= (x^2+3)^3\left(2 \cdot (x^2+3) + 16x^2\right) = (x^2+3)^3 \cdot (2x^2 + 6 + 16x^2)$$

$$= (x^2+3)^3 \cdot (18x^2+6) = (18x^2+6) \cdot (x^2+3)^3 = 6 \cdot (3x^2+1) \cdot (x^2+3)^3.$$

D6b $g(x) = 4x^2 \cdot \sqrt{5x+2} \Rightarrow g'(x) = 8x \cdot \sqrt{5x+2} + 4x^2 \cdot \frac{1}{2 \cdot \sqrt{\boxed{5x+2}}} \cdot 5 = 8x \cdot \sqrt{5x+2} + \frac{10x^2}{\sqrt{5x+2}} = 8x \cdot \frac{(\sqrt{5x+2})^2}{\sqrt{5x+2}} + \frac{10x^2}{\sqrt{5x+2}}$

$$= \frac{8x \cdot (5x+2) + 10x^2}{\sqrt{5x+2}} = \frac{40x^2 + 16x + 10x^2}{\sqrt{5x+2}} = \frac{50x^2 + 16x}{\sqrt{5x+2}}.$$

D7a $y = \frac{2x-1}{x+3} \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{(x+3) \cdot 2 - (2x-1) \cdot 1}{(x+3)^2} = \frac{2x+6-2x+1}{(x+3)^2} = \frac{7}{(x+3)^2}.$

D7b $y = \frac{x+2}{5x-1} \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{(5x-1) \cdot 1 - (x+2) \cdot 5}{(5x-1)^2} = \frac{5x-1-5x-10}{(5x-1)^2} = \frac{-11}{(5x-1)^2}.$

D7c $y = \frac{3x^2}{4x-2} \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{(4x-2) \cdot 6x - 3x^2 \cdot 4}{(4x-2)^2} = \frac{24x^2-12x-12x^2}{(4x-2)^2} = \frac{12x^2-12x}{(4x-2)^2}.$

D7d $y = \frac{4x-2}{3x^2} \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{3x^2 \cdot 4 - (4x-2) \cdot 6x}{(3x^2)^2} = \frac{12x^2-24x^2+12x}{9x^4} = \frac{-12x^2+12x}{9x^4}.$

D8a $y = \frac{x^2 - 3x + 18}{2x - 4} \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{(2x-4)\cdot(2x-3) - (x^2 - 3x + 18)\cdot 2}{(2x-4)^2} = \frac{4x^2 - 6x - 8x + 12 - 2x^2 + 6x - 36}{(2x-4)^2} = \frac{2x^2 - 8x - 24}{(2x-4)^2}.$

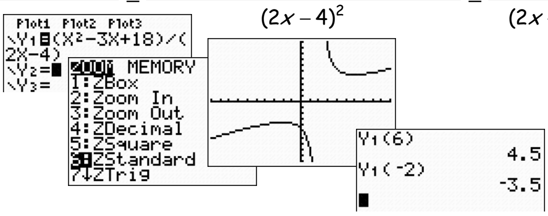
$\frac{dy}{dx} = \frac{2x^2 - 8x - 24}{(2x-4)^2} = 0$ ($\Rightarrow$ teller $= 0$)

$2x^2 - 8x - 24 = 0$

$x^2 - 4x - 12 = 0$

$(x-6)(x+2) = 0$

$x = 6 \vee x = -2.$



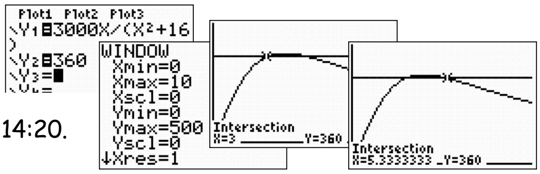
$x = 6$ geeft minimum (zie een plot/TABLE) $y(6) = 4{,}5$ en $x = -2$ geeft maximum (zie een plot/TABLE) $y(-2) = -3{,}5.$

D8b k: $y = ax + b$ met $a = \left[\frac{dy}{dx}\right]_{x=0} = \frac{2\cdot 0^2 - 8\cdot 0 - 24}{(2\cdot 0 - 4)^2} = \frac{-24}{(-4)^2} = -\frac{24}{16} = -1\frac{1}{2}.$

$$\left.\begin{array}{l} k\text{: } y = -1\frac{1}{2}x + b \\ y_A = \frac{0^2 - 3\cdot 0 + 18}{2\cdot 0 - 4} = \frac{18}{-4} = -4\frac{1}{2} \Rightarrow A(0,\ -4\frac{1}{2}) \end{array}\right\} \Rightarrow b = -4\frac{1}{2}.\ \text{Dus } k\text{: } y = -1\frac{1}{2}x - 4\frac{1}{2}.$$

D9a $\frac{3000t}{t^2 + 16} = 360$ (intersect) $\Rightarrow t = 3 \vee t = 5\frac{1}{3}.$

$\frac{3000t}{t^2 + 16} > 360$ (zie een plot) $\Rightarrow 3 < t < 5\frac{1}{3}$. Dus tussen 12:00 en 14:20.



D9b $N = \frac{3000t}{t^2 + 16} \Rightarrow \frac{dN}{dt} = \frac{(t^2 + 16)\cdot 3000 - 3000t\cdot 2t}{(t^2 + 16)^2} = \frac{3000t^2 + 48000 - 6000t^2}{(t^2 + 16)^2} = \frac{-3000t^2 + 48000}{(t^2 + 16)^2}.$

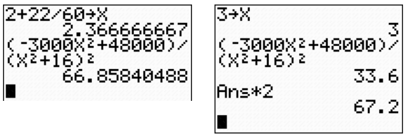
$\frac{dN}{dt} = \frac{-3000t^2 + 48000}{(t^2 + 16)^2} = 0$ ($\Rightarrow$ teller $= 0$) $\Rightarrow -3000t^2 = -48000 \Rightarrow t^2 = 16$ (met $t > 0$) $\Rightarrow t = 4.$

$t = 4$ geeft N_{max} (zie de plot bij D9a) $= 375$. Dus om 13:00 zijn er 375 pinbetalingen per minuut.

D9c Om 11:22 is $t = 2\frac{22}{60}$ met $\left[\frac{dN}{dt}\right]_{t=2\frac{22}{60}} \approx 66{,}9$ en

om 12:00 is $t = 3$ met $\left[\frac{dN}{dt}\right]_{t=3} \approx 33{,}6.$

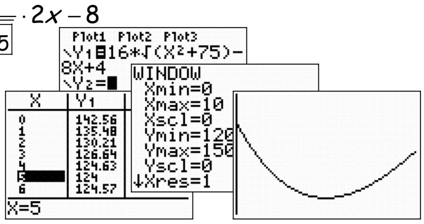
De snelheid is dus ongeveer gehalveerd.



D10a $y = 16\cdot\sqrt{x^2 + 75} - 8x + 4 \Rightarrow$

$\frac{dy}{dx} = 16\cdot\frac{1}{2\cdot\sqrt{x^2 + 75}}\cdot 2x - 8$

$= \frac{16x}{\sqrt{x^2 + 75}} - 8.$



D10b $\frac{dy}{dx} = \frac{16x}{\sqrt{x^2 + 75}} - 8 = 0 \Rightarrow \frac{16x}{\sqrt{x^2 + 75}} = \frac{8}{1}$

$16x = 8\cdot\sqrt{x^2 + 75} \Rightarrow 2x = \sqrt{x^2 + 75}$ (kwadrateren)

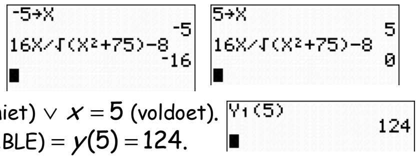
$4x^2 = x^2 + 75$

$3x^2 = 75$

$x^2 = 25$

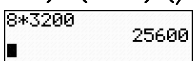
$x = -5$ (voldoet niet) $\vee$ $x = 5$ (voldoet).

y_{min} (zie plot/TABLE) $= y(5) = 124.$



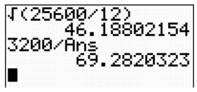
D11a $Opp._{poster} = x\cdot y = 3200 \Rightarrow y = \frac{3200}{x}$ én $Opp._{afbeelding} = A = (x - 4 - 4)\cdot(y - 6 - 6) = (x-8)\cdot(y-12).$

Dus $A = (x-8)\cdot(\frac{3200}{x} - 12) = 3200 - 12x - 8\cdot\frac{3200}{x} + 96 = 3296 - 12x - \frac{25600}{x}.$



D11b $A = 3296 - 12x - \frac{25600}{x} = 3296 - 12x - 25600x^{-1} \Rightarrow \frac{dA}{dx} = -12 + 25600x^{-2} = -12 + \frac{25\,600}{x^2}.$

$\frac{dA}{dx} = -12 + \frac{25600}{x^2} = 0 \Rightarrow \frac{25600}{x^2} = \frac{12}{1} \Rightarrow 12x^2 = 25600 \Rightarrow x^2 = \frac{25600}{12} \Rightarrow x = \sqrt{\frac{25600}{12}}.$

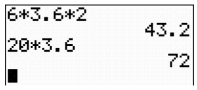


Uit een plot (en zelfs al de vraagstelling) blijkt dat A maximaal is $x = \sqrt{\frac{25600}{12}} \approx 46{,}2$ (cm) en $y \approx 96{,}3$ (cm).

De afmetingen van de afbeelding zijn 46,2 bij 96,3 cm.

Gemengde opgaven 16. Toepassingen van de differentiaalrekening

G31a $f(x) = 6x(2x-5)^{3,6} + 20x^{3,6} \Rightarrow f'(x) = 6 \cdot (2x-5)^{3,6} + 6x \cdot 3,6(\boxed{2x-5})^{2,6} \cdot 2 + 20 \cdot 3,6x^{2,6}$
$= 6 \cdot (2x-5)^{3,6} + 43,2(2x-5)^{2,6} + 72x^{2,6}.$



G31b $g(x) = \frac{3x^2-1}{x^2+2} + 8x \Rightarrow g'(x) = \frac{(x^2+2)\cdot 6x - (3x^2-1)\cdot 2x}{(x^2+2)^2} + 8 = \frac{6x^3+12x-6x^3+2x}{(x^2+2)^2} + 8 = \frac{14x}{(x^2+2)^2} + 8.$

G31c $h(x) = 8x \cdot \sqrt{x^2+5} - \sqrt{2x-5} \Rightarrow h'(x) = 8 \cdot \sqrt{x^2+5} + 8x \cdot \frac{1}{2\cdot\sqrt{\boxed{x^2+5}}} \cdot 2x - \frac{1}{2\cdot\sqrt{\boxed{2x-5}}} \cdot 2 = 8 \cdot \sqrt{x^2+5} + \frac{8x^2}{\sqrt{x^2+5}} - \frac{1}{\sqrt{2x-5}}$

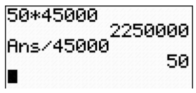
G31d $k(x) = \frac{3x^2-1}{(2x+1)^2} \Rightarrow k'(x) = \frac{(2x+1)^2\cdot 6x - (3x^2-1)\cdot 2(\boxed{2x+1})^1 \cdot 2}{((2x+1)^2)^2} = \frac{(2x+1)\cdot 6x - (3x^2-1)\cdot 4}{(2x+1)^3} = \frac{12x^2+6x-12x^2+4}{(2x+1)^3} = \frac{6x-4}{(2x+1)^3}.$

G32a $f(x) = 2x^3 \cdot (5x-3)^2 \Rightarrow f'(x) = 6x^2 \cdot (5x-3)^2 + 2x^3 \cdot 2(\boxed{5x-3})^1 \cdot 5 = 6x^2 \cdot (5x-3)^2 + 20x^3 \cdot (5x-3)$
$= 2x^2 \cdot (5x-3)\big(3\cdot(5x-3) + 10x\big) = 2x^2 \cdot (5x-3)(15x-9+10x) = 2x^2(5x-3)(25x-9).$

G32b $g(x) = 16x \cdot \sqrt{x^2+4} \Rightarrow g'(x) = 16 \cdot \sqrt{x^2+4} + 16x \cdot \frac{1}{2\cdot\sqrt{\boxed{x^2+4}}} \cdot 2x = 16 \cdot \sqrt{x^2+4} + \frac{16x^2}{\sqrt{x^2+4}}$
$= \frac{16\cdot\sqrt{x^2+4}}{1} \cdot \frac{\sqrt{x^2+4}}{\sqrt{x^2+4}} + \frac{16x^2}{\sqrt{x^2+4}} = \frac{16(x^2+4)+16x^2}{\sqrt{x^2+4}} = \frac{16x^2+64+16x^2}{\sqrt{x^2+4}} = \frac{32x^2+64}{\sqrt{x^2+4}} = \frac{32(x^2+2)}{\sqrt{x^2+4}}.$

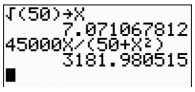
G32c $h(x) = x^2 \cdot \sqrt{2x+1} - \frac{1}{\sqrt{2x+1}} = x^2 \cdot \sqrt{2x+1} - \frac{1}{(2x+1)^{0,5}} = x^2 \cdot \sqrt{2x+1} - (2x+1)^{-0,5} \Rightarrow$
$h'(x) = 2x \cdot \sqrt{2x+1} + x^2 \cdot \frac{1}{2\cdot\sqrt{\boxed{2x+1}}} \cdot 2 + 0,5(\boxed{2x+1})^{-1,5} \cdot 2 = 2x \cdot \sqrt{2x+1} + \frac{x^2}{\sqrt{2x+1}} + \frac{1}{(2x+1)^{1,5}}$
$= \frac{2x\cdot\sqrt{2x+1}}{1} \cdot \frac{(2x+1)\cdot\sqrt{2x+1}}{(2x+1)\cdot\sqrt{2x+1}} + \frac{x^2}{\sqrt{2x+1}} \cdot \frac{2x+1}{2x+1} + \frac{1}{(2x+1)\cdot\sqrt{2x+1}} = \frac{2x\cdot(2x+1)\cdot(2x+1) + x^2\cdot(2x+1) + 1}{(2x+1)\cdot\sqrt{2x+1}}$
$= \frac{2x\cdot(4x^2+2x+2x+1) + 2x^3 + x^2 + 1}{(2x+1)\cdot\sqrt{2x+1}} = \frac{8x^3+4x^2+4x^2+2x+2x^3+x^2+1}{(2x+1)\cdot\sqrt{2x+1}} = \frac{10x^3+9x^2+2x+1}{(2x+1)\cdot\sqrt{2x+1}}.$

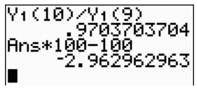
G33a $N = \frac{45000t}{50+t^2} \Rightarrow \frac{dN}{dt} = \frac{(50+t^2)\cdot 45000 - 45000t\cdot 2t}{(50+t^2)^2} = \frac{2250000 + 45000t^2 - 90000t^2}{(50+t^2)^2} = \frac{-45000t^2 + 2250000}{(50+t^2)^2}.$



$\frac{dN}{dt} = \frac{-45000t^2+2250000}{(50+t^2)^2} = 0 \; (\Rightarrow \text{teller} = 0) \Rightarrow -45\,000t^2 = -2\,250\,000 \Rightarrow t^2 = 50 \text{ (met } t > 0) \Rightarrow t = \sqrt{50}.$

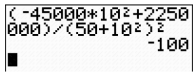
N_{max} (volgt uit de vraagstelling) $= N(\sqrt{50}) \approx 3182.$





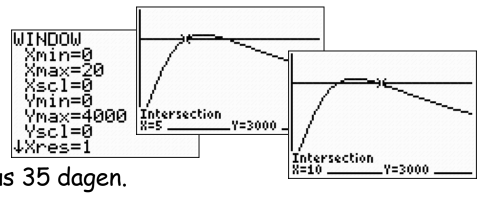
G33b De tiende week loopt van $t = 9$ tot $t = 10$.
De procentuele toename in de tiende week is $\frac{N(10)-N(9)}{N(9)} \times 100\% \approx -3,0\%$, dus de procentuele afname is 3,0%.

G33c $\left[\frac{dN}{dt}\right]_{t=10} = \frac{-45000\cdot 10^2 + 2250000}{(50+10^2)^2} = -100$ (bacteriën/week).



Dus het aantal bacteriën neemt op $t = 10$ af met 100 bacteriën per week.

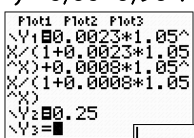
G33d $N = \frac{45000t}{50+t^2} = 3\,000$ (intersect) $\Rightarrow t = 5 \vee t = 10.$
$N = \frac{45000t}{50+t^2} > 3\,000$ (zie een plot) $\Rightarrow 5 < t < 10$. Dat is gedurende 5 weken, dus 35 dagen.

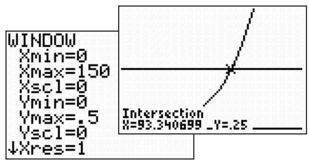


G34a Bij 50% hoort $f = 0,5 \Rightarrow \frac{f}{1-f} = \frac{0,5}{1-0,5} = \frac{0,5}{0,5} = 1 = 10^0.$
Aflezen in de grafiek: bij $\frac{f}{1-f} = 10^0$ hoort het jaar 1877 (eventueel 1875 of 1876 of 1878 of 1879).

G34b $\frac{d}{df}\left(\frac{f}{1-f}\right) = \frac{(1-f)\cdot 1 - f\cdot -1}{(1-f)^2} = \frac{1-f+f}{(1-f)^2} = \frac{1}{(1-f)^2} > 0$ (als $0 \le f < 1$) $\Rightarrow \frac{f}{1-f}$ neemt toe als f toeneemt.

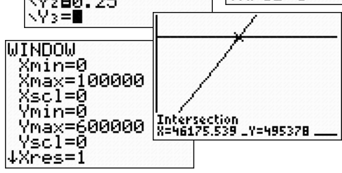
G34c $\frac{f_{hout}}{1-f_{hout}} = 3,03\cdot 0,96^t \Rightarrow f_{hout} = (1-f_{hout})\cdot 3,03\cdot 0,96^t \Rightarrow f_{hout} = 3,03\cdot 0,96^t - 3,03\cdot 0,96^t \cdot f_{hout}.$
Dus $f_{hout} + 3,03\cdot 0,96^t \cdot f_{hout} = 3,03\cdot 0,96^t \Rightarrow f_{hout}\cdot(1+3,03\cdot 0,96^t) = 3,03\cdot 0,96^t.$
Hieruit volgt: $f_{hout} = \frac{3,03\cdot 0,96^t}{1+3,03\cdot 0,96^t}.$



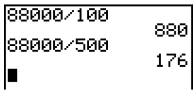


G34d $f_{olie} + f_{gas} = 0,25$ (intersect) $\Rightarrow t \approx 93,34$. Dit is in 1943.

G35a $2,3\cdot C\cdot\log(C) = 495\,378$ (intersect) $\Rightarrow C \approx 46\,000.$



G35b Bij $r = 100$ is het verschil (ongeveer) $1800 - 880 = 920$ (eventueel $1800 - 800 = 1000$).
Bij $r = 500$ is het verschil (ongeveer) $350 - 176 = 174$ (eventueel $350 - 150 = 200$).
Conclusie: het verschil bij $r = 100$ is groter dan bij $r = 500$.



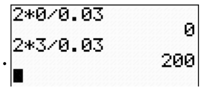
G35c Minder dan 2 200 woorden komen hoger uit dan Zipf voorspelt.
Het aantal gebruikte woorden is 20 000, dus uitspraak 1 is niet waar.
De grafiek van Zipf loopt verder naar rechts door, dus uitspraak 2 is waar.

G35d $f_r = \frac{88000}{r} = 88\,000 \cdot r^{-1} \Rightarrow f_r{}' = -88\,000 \cdot r^{-2} = -\frac{88\,000}{r^2}$.

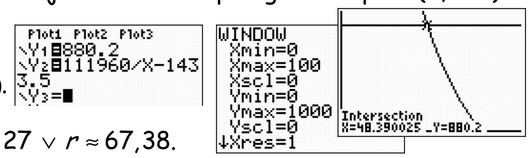
- de grafiek van $f_r{}'$ ligt onder de x-as (de waarde is negatief) $\Rightarrow f_r$ is dalend.
- de grafiek van $f_r{}'$ neemt toe (de waarde wordt steeds minder negatief) $\Rightarrow f_r$ is afnemend dalend.

G36a $MO = \frac{\mathrm{d}TO}{\mathrm{d}q}$, dus MO is de helling van de grafiek van TO.
Grafiek 4 hoort bij model A, want de helling van de grafiek van TO is constant.
Grafiek 1 hoort bij model B, want de helling van de grafiek van TO neemt voortdurend af (en wordt uiteindelijk negatief).
Grafiek 3 hoort bij model C, want de helling neemt eerst toe en neemt dan af, maar blijft positief.
Grafiek 2 hoort bij model D, want de helling neemt eerst toe en neemt dan af en wordt uiteindelijk negatief.

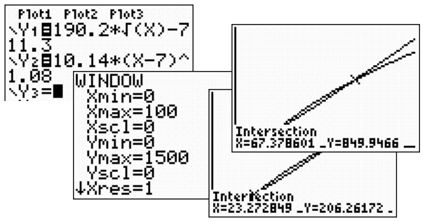
G36b $TO = -0{,}01q^3 + b \cdot q^2 \Rightarrow \frac{\mathrm{d}TO}{\mathrm{d}q} = -0{,}03 \cdot q^2 + 2b \cdot q$.
$\frac{\mathrm{d}TO}{\mathrm{d}q} = -0{,}03 \cdot q^2 + 2b \cdot q = 0 \Rightarrow q \cdot (-0{,}03q + 2b) = 0 \Rightarrow q = 0 \vee -0{,}03q + 2b = 0 \Rightarrow q = 0 \vee q = \frac{2b}{0{,}03}$.
$q_{\text{max}} = \frac{2b}{0{,}03}$ (of $q_{\text{max}} = 66{,}7 \cdot b$) met als grafiek een rechte lijn door de oorsprong en het punt $(3, 200)$.



G37a $880{,}2 = \frac{111960}{t} - 1433{,}5$ (intersect) $\Rightarrow t \approx 48{,}39$ (seconden).

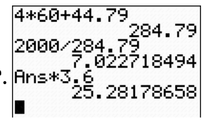


G37b $190{,}2 \cdot \sqrt{r} - 711{,}3 = 10{,}14 \cdot (r-7)^{1{,}08}$ (intersect) $\Rightarrow r \approx 23{,}27 \vee r \approx 67{,}38$.
$190{,}2 \cdot \sqrt{r} - 711{,}3 = 10{,}14 \cdot (r-7)^{1{,}08}$ (zie een plot) $\Rightarrow 23{,}27 < r < 67{,}38$.

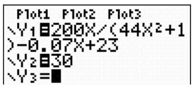


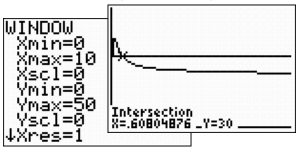
G37c $P = a\sqrt{r} - b = a \cdot r^{\frac{1}{2}} - b$ (met $r > 0$) $\Rightarrow \frac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}r} = \frac{1}{2} \cdot a \cdot r^{-\frac{1}{2}} = \frac{a}{2\sqrt{r}}$.
Als r stijgt, dan neem de noemer $2\sqrt{r}$ toe en neemt $\frac{1}{2\sqrt{r}}$ af.
Omdat $a > 0$ is $\frac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}r} = \frac{a}{2\sqrt{r}} > 0$ en neemt $\frac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}r} = \frac{a}{2\sqrt{r}}$ dus af.
De stijging van de grafiek van P verloopt steeds minder snel.

G38a 4:44.79 is 284,79 seconden, dus de gemiddelde snelheid is $\frac{2000}{284{,}79} \approx 7{,}023$ m/s ofwel 25,28 km/uur.

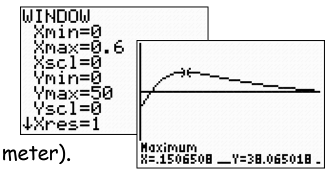


G38b $v = \frac{200a}{44a^2 + 1} - 0{,}07a + 23 = 30$ (intersect) $\Rightarrow a \approx 0{,}6$ (km of 600 meter).

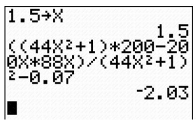




G38c $v = \frac{200a}{44a^2 + 1} - 0{,}07a + 23$ (optie maximum) $\Rightarrow a \approx 0{,}151$ (km of 151 meter).



G38d $v = \frac{200a}{44a^2 + 1} - 0{,}07a + 23 \Rightarrow \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}a} = \frac{(44a^2+1) \cdot 200 - 200a \cdot 88a}{(44a^2+1)^2} - 0{,}07$.
$\left[\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}a}\right]_{a=1{,}5} \approx -2{,}03 < 0 \Rightarrow v$ neemt af bij een afstand van 1500 meter.



G38e $a = 42{,}195 \Rightarrow v = 20{,}154$.
De benodigde tijd is $\frac{42{,}195}{20{,}154} \approx 2{,}094$ uur.
Dit komt overeen met 2 uur, 5 minuten en 38 (of 37) seconden.
Het verschil is 43 (of 42) seconden.